



Прийнято 20.12.2025. Прорецензовано 23.12.2025. Опубліковано 30.12.2025.

УДК 624.9

DOI: 10.31471/1993-9965-2025-2(59)-134-143

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВИХ ПОТОКІВ У СИСТЕМІ «ЗБІРНА ЧЕРВ'ЯЧНА МОДУЛЬНА ФРЕЗА – СТРУЖКА – ЗУБЧАСТИЙ ВІНЕЦЬ» ОБРОБКИ ВЕЛИКОМОДУЛЬНИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Васильченко Я. В. *

Доктор технічних наук, професор

Донбаська державна машинобудівна академія

84313, Україна, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72

<https://orcid.org/0000-0002-4566-8827>

e-mail: wasilchenko.ua@gmail.com:

Мироненко О. Є.

Аспірант

Донбаська державна машинобудівна академія

84313, Україна, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72

<https://orcid.org/0009-0002-6626-5629>

e-mail: om7251975@gmail.com

Анотація. Розподіл температури на робочих поверхнях різального леза твердосплавної пластини є однією з найважливіших характеристик умов роботи збірної черв'ячної модульної фрези і має суттєвий вплив на закономірності зношування цих поверхонь. Збільшення працездатності збірних черв'ячних модульних фрез може бути досягнуто не тільки за рахунок підвищення теплостійкості інструментального матеріалу, а й завдяки поліпшенню умов відведення теплоти, що виділяється в процесі різання на лезі твердосплавної пластини і викликає її нагрівання до високих температур. Оцінка ефективності процесу зубофрезерування може бути проведена на основі аналізу температур на контактних поверхнях збірної черв'ячної фрези. Найбільший вплив на стійкість інструменту під час процесу різання має вибір форми передньої поверхні твердосплавної пластини. Це дослідження присвячено аналізу розподілу теплових потоків при зубофрезеруванні великомодульних зубчастих вінців рудорозмельних млинів з високолегованих сталей збірними черв'ячними модульними фрезами з механічним кріпленням твердосплавних багатограних пластини з криволінійною передньою поверхнею. Досліджено закономірності розподілу теплових потоків при зубофрезеруванні вінців збірними черв'ячними фрезами в умовах зрізання шарів великого перерізу для розкриття фізичної сутності процесу різання. Вплив температури передньої поверхні твердосплавної пластини зростає при збільшенні товщини зрізаного шару. Розроблено математичну модель розподілу теплових потоків при фрезеруванні великомодульних зубчастих вінців рудорозмельних млинів збірними черв'ячними модульними фрезами з криволінійною формою передньої поверхні і знятті великих перерізів зрізу. Запропонована математична модель дозволяє прогнозувати при заданих режимах різання розподіл теплових потоків і температуру в системі «твердосплавна пластини збірної черв'ячної модульної фрези – стружка – зубчастий вінець». Температура нагрівання передньої поверхні твердосплавної пластини обмежує режими різання, допустимі зносостійкістю різальної частини збірної черв'ячної фрези.

Запропоноване посилання: Васильченко, Я. В. & Мироненко, О. Є. (2025). Моделювання теплових потоків у системі «збірна черв'ячна модульна фреза – стружка – зубчастий вінець» обробки великомодульних зубчастих коліс. Науковий вісник ІФНТУНГ, 2(59), 134-143. doi: 10.31471/1993-9965-2025-2(59)-134-143

* Відповідальний автор



Copyright © The Author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Ключові слова: зубофрезерування, збірна черв'ячна модульна фреза, твердосплавна пластина з криволінійною формою передньої поверхні, великомодульні зубчасті колеса, тепловий потік.

Вступ

Підвищення ефективності зубофрезерування досі залишається актуальною науково-практичною задачею. Ефективність механічної обробки визначається, насамперед, собівартістю виготовлення виробу. Забезпечення мінімальної собівартості виготовлення великомодульних зубчастих коліс є одним з основних факторів для забезпечення випуску конкурентоспроможної продукції. Основне зниження собівартості відбувається за рахунок підвищення періоду стійкості черв'ячних модульних фрез. Це дозволяє знизити витрати на інструмент, скоротити простої унікальних верстатів, викликані заміною інструменту. Об'єктивна оцінка ефективності процесу зубофрезерування може бути проведена на основі аналізу температур на контактних поверхнях збірної черв'ячної фрези, що залежать від геометрії, режимів різання і часу роботи фрези. Найбільший вплив на стійкість інструменту під час процесу різання має вибір оптимальної геометрії і форми передньої поверхні твердосплавної пластини.

Збільшення працездатності збірної черв'ячної фрези може бути досягнуто не тільки за рахунок підвищення теплостійкості інструментального матеріалу, а й завдяки поліпшенню умов відведення теплоти, що виділяється в процесі різання на лезі твердосплавної пластини і викликає її нагрівання до високих температур. Чим більша кількість теплоти відводиться від леза вглиб маси інструменту, тим нижче температура на його контактних поверхнях.

Розподіл температури на робочих поверхнях різального леза твердосплавної пластини є однією з найважливіших характеристик умов роботи збірної черв'ячної фрези і має суттєвий вплив на закономірності зношування цих поверхонь. Дослідженню питання розподілу тепла на передній і задній поверхнях різальних інструментів присвячено досить багато теоретичних і практичних робіт [1, 2, 3, 4, 5, 6].

Теплові явища в процесі різання відіграють важливу роль. Саме вони визначають температуру в зоні різання, яка має прямий вплив на характер утворення стружки, наріст, усадку стружки, сили різання і мікроструктуру поверхневого шару. Ще більш суттєво впливає температура різання на інтенсивність затуплення інструменту та період його стійкості.

Аналіз сучасних досліджень та публікацій

У дослідженні [7,8,9] розглянуто моделювання теплообміну на прикладі інструмента-заготовок. Термомеханічне моделювання дає можливість встановити рівняння теплового балансу на прикладі інструмента-заготовки, який враховує тепло, що генерується тертям і тепловіддачею шляхом теплопровідності контактних поверхонь. Автори [10] дослідили вплив параметрів фрезерування на шорсткість обробленої поверхні. В праці [8] розглянуто вплив пластичної деформації, який супроводжується виробленням тепла, що призводить до підвищення температури, головним чином у стружці та щойно оброблюваній поверхні, що впливає на нагрівання інструменту. У зоні стружкоутворення можна виділити три основні зони, в яких в результаті контактної взаємодії і деформацій оброблюваного матеріалу генерується теплота (рис. 1):

– перше джерело виділення теплоти – це механічна робота, витрачена на пластичну деформацію та руйнування металу в процесі стружкоутворення. Область генерування цієї теплоти охоплює зону найбільших пластичних деформацій, тобто площину сколювання;

– друге джерело виділення теплоти – це робота сил тертя на передній поверхні леза різця. Область генерування цієї теплоти – поверхня стружки та передня поверхня леза інструменту, що контактують між собою;

– третє джерело теплоти – це робота сил тертя по задній поверхні леза інструменту. Область генерування цієї теплоти – задня поверхня леза різця та відтворювана лезом поверхня різання, що контактують між собою.

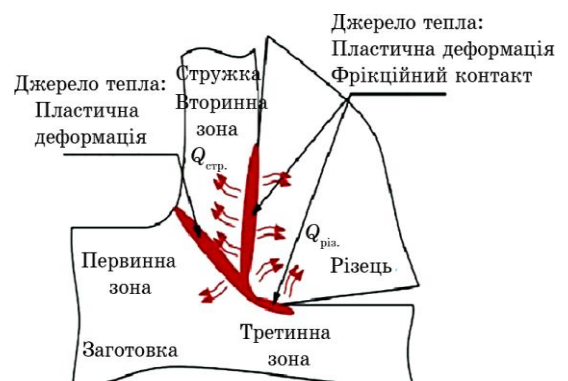
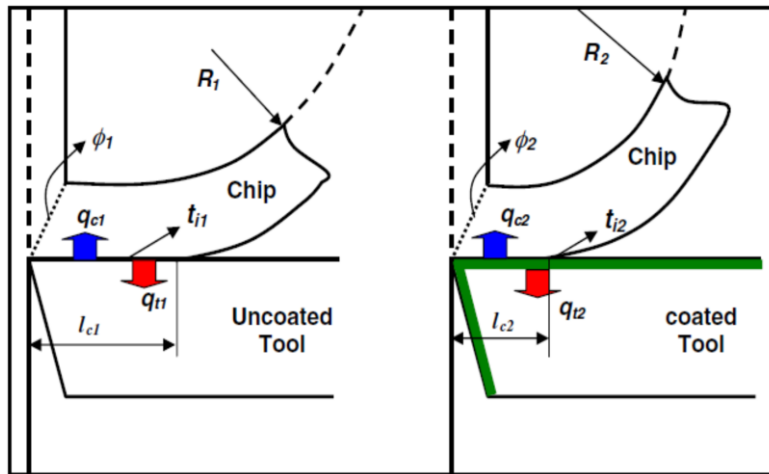


Рисунок 1 – Основні джерела тепла під час формування стружки при механічній обробці



$t_{i2} > t_{i1}$ – температура поверхні стружки, $q_{c2} > q_{c1}$ – тепловий потік до стружки,
 $q_{t1} > q_{t2}$ – тепловий потік до різального інструменту, $l_{c1} > l_{c2}$ – довжина контакту стружки,
 $R_1 > R_2$ – радіус скручування стружки, $\phi_1 < \phi_2$ кут зсуву

Рисунок 2 – Різання інструментом без покриття та інструментом із покриттям

Тертя в системі «інструмент-заготовка» має критичний вплив при механічній обробці, оскільки безпосередньо впливає на механічне та термічне навантаження різального інструменту. Надмірне нагрівання інструменту енергією тертя може прискорити знос інструменту, якщо контакт тертя не контролюється. Методи дослідження фрикційної взаємодії локально навантажених поверхонь контактних пар розглянуто у працях [11, 12, 13].

У праці [14] представлено дослідження та прогнозування температури різання. Варіація температур різання в залежності від швидкості різання та подачі представлена на рис. 2. Зі збільшенням швидкості подачі довжина контакту «інструмент-стружка» і площа контактної поверхні також збільшуються. Збільшення довжини контакту «стружка-інструмент» призводить до збільшення площі тертя у другій зоні деформації. Зі збільшенням швидкості різання деформація стружки зростає. Зростання деформаційних процесів призводить до високого теплоутворення. Тому температура різання збільшується. Як видно на рис. 2, температура різання, отримана для різальних інструментів з покриттям, вища порівняно з інструментами без покриття.

Як відомо, велика кількість тепла, яке утворюється в процесі різання, віддаляється від ділянки різання разом зі стружкою. Залишок тепла розділяється на частини, і одна частина поширюється на різальний інструмент, а інша – на робочу частину деталі.

Як це видно із рисунку 2, найбільші контактні деформації спостерігаються на передній поверхні леза і в прилеглому граничному шарі

стружки. Тут збігаюча стружка найбільш інтенсивно зношує лезо, причому на це явище впливає висока температура, а найбільший знос відбувається саме на тих ділянках поверхонь лез, де температура максимальна. Значно менше нагріваються ділянки задньої поверхні леза, що ковзає по поверхні різання на заготовці. Однак за час роботи різця температура на задній поверхні поступово підвищується і в кінці періоду стійкості може досягти температур, що перевищують температуростійкість. У цей момент інтенсивність зношування вершини інструменту катастрофічно зростає, і він остаточно виходить з ладу.

В праці [15] досліджено вплив впровадження різних моделей тертя на прогнози моделювання шляхом порівняння прогнозованих змінних процесу з експериментальними результатами. Оцінки моделей тертя проводилися за однакових умов різання та геометрії інструменту для того, щоб визначити найбільш відповідну модель тертя при точному прогнозуванні процесу за допомогою моделювання механічної обробки. Визначено модель тертя, здатну описати коефіцієнт тертя під час сухого різання деталі зі сталі AISI4142 за допомогою твердосплавного інструменту. Крім того, числова модель, що імітує тест на тертя, була пов'язана з метою виявлення локальних явищ навколо сферичного штифта. Досліджено діапазон швидкостей різання та тиску. Показано, що коефіцієнт тертя залежить здебільшого від швидкості ковзання, тоді як тиск має другорядне значення. Крім того, виявлено новий ключовий параметр, тобто середню локальну швидкість ковзання при контакті. На основі лока-

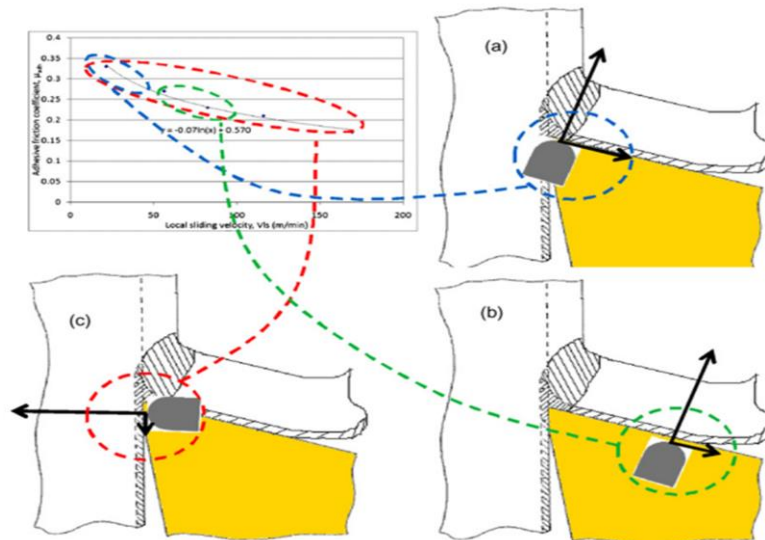


Рисунок 3 – Застосування моделі тертя залежно від місця положення, розглянутого вздовж заготовки інструмент-стружка-оброблена поверхня

льної швидкості ковзання була визначена модель тертя.

Дослідження показало, що коефіцієнт тертя дуже чутливий до швидкості ковзання, оскільки контактний тиск має другорядне значення в таких екстремальних умовах.

Теплові розрахунки при різанні значною мірою базуються на теорії теплопровідності та теорії рухомих джерел тепла. Більшість робіт в цій галузі присвячені взаємодії стружки, що сходиться, з плоскою передньою поверхнею без взаємодії з криволінійною формою передньої поверхні твердосплавної багатогранної пластини.

Оскільки цей процес супроводжується великими пружно-пластичними деформаціями з виділенням великої кількості теплоти, необхідно знати розподіл теплових потоків взаємодії стружки з криволінійною передньою поверхнею твердосплавної багатогранної пластини при зубофрезеруванні, щоб керувати продуктивністю і стійкістю інструменту.

Мета дослідження

Під час зубофрезерування великомодульних вінців рудорозмольних млинів, виготовлених із високолегованих сталей (наприклад, 34ХНЗМА), температура на контактних поверхнях твердосплавних багатогранних пластин із криволінійною передньою поверхнею визначає продуктивність обробки, а також стійкість різальної частини та елементів конструкції збірної фрези. У зв'язку з цим, дослідження закономірностей розподілу теплових потоків при зубофрезеруванні збірними черв'ячними фрезами в умовах зрізання шарів великого перері-

зу має важливе значення для обґрунтування фізичної сутності процесу різання та прогнозування термомеханічної напруженості інструмента.

Моделювання теплових процесів у системі «твердосплавна пластина збірної черв'ячної фрези – стружка – зубчастий вінець»

Теплові процеси і деформації під час зубофрезерування відбуваються одночасно з механічними і відіграють важливу роль у процесі стружкоутворення.

Розподіл температур визначається потужністю теплових потоків у процесі зубофрезерування великомодульних зубчастих вінців збірними черв'ячними модульними фрезами з механічним кріпленням твердосплавних багатогранних пластини з криволінійною передньою поверхнею (рис. 4).

Обчислимо тепловий потік q_2 від пластичної деформації вигину стружки. Для цього допоміжну вісь спрямуємо від центру перпендикулярно до осі стружки вниз (рис. 4).

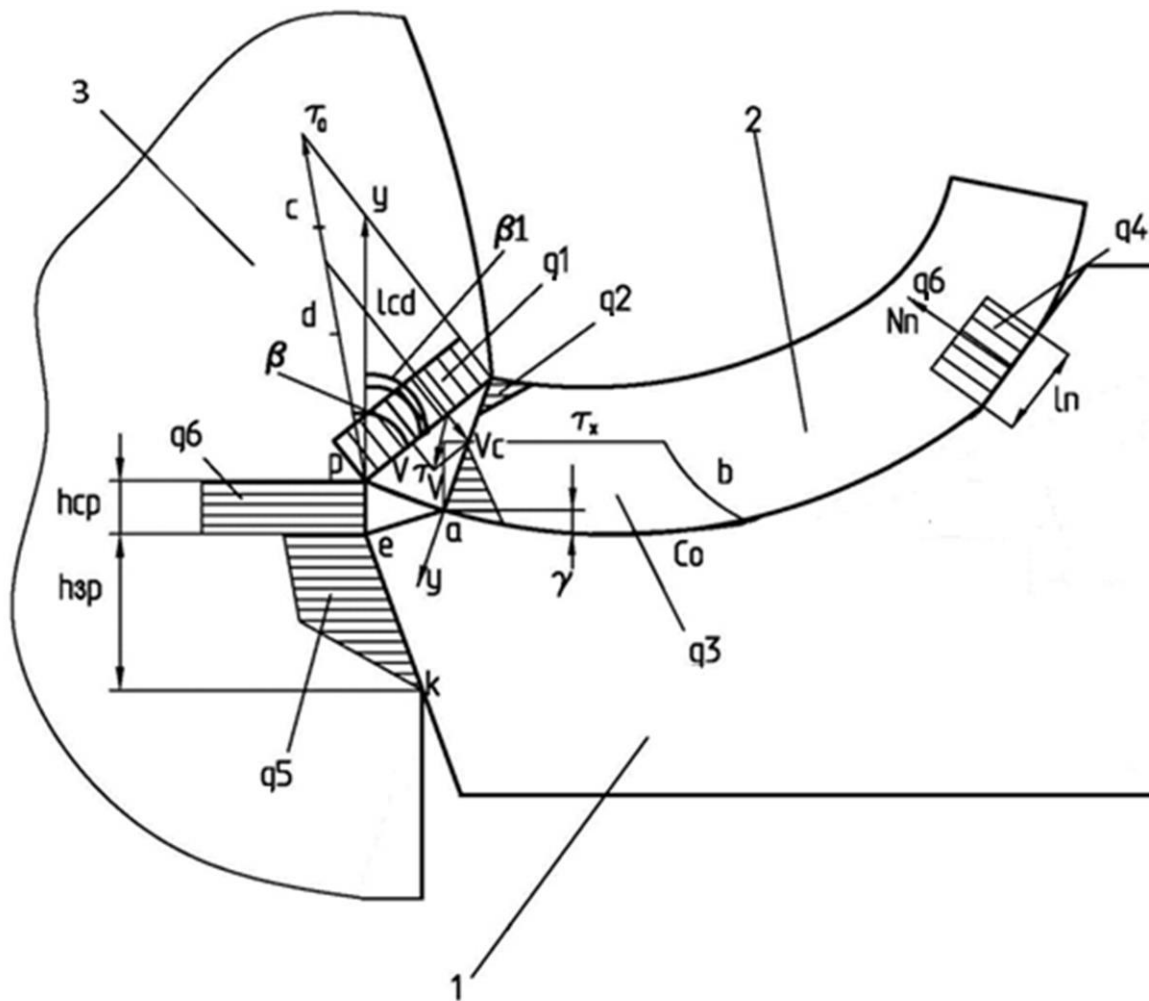
Елементи довжини середини стружки $dl_1 = (R - \frac{t_1}{2})d\alpha$ і точки з ординатою y $dl_y = (R - \frac{t_1}{2} + y)d\alpha$ відповідають силі F_y .

$$F_y = (dl_y - dl_1)k_y = \left(R - \frac{t_1}{2} + y - \left(R - \frac{t_1}{2} \right) \right) d\alpha k_y = y d\alpha k_y$$

і нормальній напрузі:

$$\sigma_y = \frac{F_y}{dl_y} = \frac{y k_y}{R - \frac{y_1}{2} + y},$$

де k_y – коефіцієнт пружності.



1 – твердосплавна пластина з криволінійною формою передньої поверхні збірної черв'ячної фрези 2 – стружка; 3 – зубчастий вінець

Рисунок 4 – Розподіл теплових потоків у процесі зубофрезерування

$q_1 = v_t t_1 a \tau_T$ – тепловий потік, що викликається пластичною деформацією зсуву з дотичними напруженнями, рівними межі плинності τ_T ,

$$v_t = \frac{v \cos \gamma}{\cos(\beta - \gamma)} \text{ – швидкістю зсуву,}$$

v – швидкість різання, t_1 – товщина стружки, a – ширина стружки;

q_2 – потік від пластичної деформації вигину стружки,

$q_3 = F_{mp} v_c = \tau_x a v_c$ – потік від роботи тертя стружки об передню поверхню твердосплавної пластини фрези,

$$v_c = \frac{v \sin \beta}{\cos(\beta - \gamma)} \text{ – швидкість стружки,}$$

τ_x – дотична напруга вздовж передньої поверхні твердосплавної пластини збірної черв'ячної фрези;

$$q_4 = \tau_n a v_c = \frac{\tilde{\tau}_n v_c}{l_n} \text{ – тепловий потік від тертя стружки об криволінійну поверхню пластини;}$$

$\tilde{\tau}_n$ – сила тертя;

l_n – довжина контакту стружки з криволінійною поверхнею пластини;

$q_5 = \tilde{\tau}_x a v$ – тепловий потік від тертя об задню поверхню пластини;

$\tilde{\tau}_x$ – дотикові напруги на задній поверхні пластини;

h_{zn} – висота зони контакту;

$q_6 = \tau_T a v$ – тепловий потік від пластичної деформації в зоні утворення наросту.

Критична точка y_0 , після якої у зовнішніх шарах стружки виникає пластична деформація, визначається так:

$$\sigma_{y_0} = \sigma_T; \frac{y_0 k_y}{R - \frac{t_1}{2} + y_0} = \sigma_T; y_0 = \frac{\sigma_T (R - \frac{t_1}{2})}{k_y - \sigma_T}.$$

У зовнішніх шарах пластична деформація стружки $\varepsilon_{пл,y} = \varepsilon_y - \varepsilon_{y_0}$, де

$$\varepsilon_y = \frac{y d\alpha}{d\alpha(R - \frac{t_1}{2} + y)} = \frac{y}{R - \frac{t_1}{2} + y};$$

$$\varepsilon_{пл,y} = \frac{y}{R - \frac{t_1}{2} + y} - \frac{\sigma_T (R - \frac{t_1}{2})}{(k_y - \sigma_T) (R - \frac{t_1}{2}) + \sigma_T (R - \frac{t_1}{2})}.$$

Потужність теплового потоку залежить від сили і швидкості деформації стружки:

$$q_2 = F v_{пл} = \frac{\sigma_T \varepsilon_{пл,y}}{\tau} = \sigma_T \varepsilon_{пл,y} v_c =$$

$$= \sigma_T \frac{v \sin \beta}{\cos(\beta - \gamma)} \left(\frac{|y|}{R - \frac{t_1}{2} + y} - \frac{\sigma_T (R - \frac{t_1}{2})}{(k_y - \sigma_T) (R - \frac{t_1}{2}) + \sigma_T (R - \frac{t_1}{2})} \right).$$

Спираючись на те, що проміжок часу на одиницю довжини становить $\tau = \frac{1}{v_c}$, можна скласти рівняння теплопровідності для плоскої задачі:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \omega \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

де T – температура, t – час, ω – коефіцієнт теплопровідності (Т5К10, Т15К6) $\omega=10\text{мм}^2/\text{с}$, ВК6-ХОМ-24,5; легована сталь (34ХНЗМА) – 8; на аустенітній основі (Х18Н10Т) – 5).

Для одновимірної задачі

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \omega \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

відповідає розв'язок

$$T(x, t) = \frac{B}{\sqrt{4\omega t \sigma}} e^{-\left(\frac{x-3}{\sqrt{4\omega t}}\right)^2}.$$

Тоді рівняння теплопровідності набуває вигляду:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{B2(x-3)}{(4\omega t)^{3/2}\sqrt{\sigma}} e^{-\left(\frac{x-3}{\sqrt{4\omega t}}\right)^2};$$

$$-\frac{B}{\sqrt{\sigma}2\sqrt{4\omega t}^{3/2}} + \left(\frac{(x-3)}{\sqrt{4\omega t}}\right)^2 \frac{B}{\sqrt{\omega t^2}4\omega t} =$$

$$\omega \left(-\frac{2B}{\sqrt{\omega}(4\omega t)^{3/2}} + \frac{4B(x-3)^2}{\sqrt{\omega}(4\omega t)^{5/2}} \right); \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} T(x, t) dx = \frac{B}{\sqrt{\omega}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} du = B = \frac{Q}{C_v},$$

де Q – загальна кількість теплоти, що утворюється, C_v – питома теплоємність.

Розв'язок рівняння (1)

$$T = \frac{B}{2\pi t \sqrt{4\omega}} e^{-\frac{(x-3)^2 + (y-r^2)}{4\omega t}}, \quad (3)$$

проте

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(x, y, t) dx dy =$$

$$= \frac{B}{2\pi t} \int_0^{+\infty} e^{-r^2} 2\pi r dr = \frac{B}{t}. \quad (4)$$

Проте в цьому випадку потрібно з ростом t збільшувати потужність джерела, що виділило тепло в момент $t=0$.

Обчислимо потік тепла, що надходить від потоку q_1 у деталь уздовж відрізка $[\tau_0, \tau_1]$, при зрізанні першого шару припуску. Через велику швидкістю процесу, враховуючи теплообмін, що відбувається по пакету стрижнів l_{cd} , і, не зважаючи на теплообмін між стрижнями, температура ділянки $[c, d]$ після зсуву від моменту τ_0 до моменту τ_1 буде відповідно:

$$\tau_1 - \tau_0 = \frac{t_1}{\cos \beta_1 v_1},$$

де $\beta_1 = \beta + \frac{s}{\pi D}$, s – подача, D – діаметр вінця, $v_1 = \sqrt{v^2 + \left(\frac{s}{\pi D}\right)^2}$ – швидкість з урахуванням подачі.

Потік тепла в зоні пластичної деформації:

$$T_{cd} = \int_{\tau_0}^{\tau_0 + \frac{t_1}{v_1 \cos \beta_1}} \frac{q_1}{C_v \sqrt{4\pi \omega (t - \tau_0)}} e^{-\frac{l_{cd}(t)^2}{4\omega(t-\tau_0)}} dt,$$

де

$$l_{cd}(\tau_0) = t_1 t_y \beta_1,$$

відстань від джерела до ділянки $[c, d]$ (див. рис. 4)

$$l_{cd}(t) = l_{cd}(\tau_0) \frac{t_1 / \cos \beta_1 - v_1(t - \tau_0)}{t_1 / \cos \beta_1} =$$

$$= t g \beta_1 (t_1 - v_1(t - \tau_0) \cos \beta_1).$$

Відносна температура буде відповідно:

$$T_{cd} = \frac{q_1}{C_v \sqrt{4\pi \omega}} *$$

$$* \int_0^{\frac{t_1}{v_1 \cos \beta_1}} \frac{1}{\sqrt{\tau}} e^{-\frac{(t g \beta_1 (t_1 - v_1 \tau \cos \beta_1))^2}{4\omega \tau}} d\tau,$$

а в момент часу t

$$T_{cd}(t) = \frac{q_1}{C_v \sqrt{4\pi \omega}} *$$

$$* \int_0^{t-\tau_0} \frac{1}{\sqrt{\tau}} e^{-\frac{(t g \beta_1 (t_1 - v_1 \tau \cos \beta_1))^2}{4\omega \tau}} d\tau,$$

де $T_{cd}(t)$ – відносна температура, порівняна з початковою температурою зубчастого вінця.

Потік тепла, що потрапляє в зубчастий вінець, визначається за виразом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{cd}}{\partial x_1} &= \frac{q_1 \cos \beta_1}{C_v \sqrt{4\pi\omega}} \int_0^{t_1} \frac{1}{(v_1 \cos \beta_1)^2} - \frac{2l_{cd}(\tau)}{\sqrt{\tau} 4\omega\tau} e^{-\frac{l_{cd}(\tau)^2}{4\omega\tau}} d\tau = \\ &= \frac{2q_1 \cos \beta_1}{\sqrt{\sigma}(4\omega)^{3/2}} \int_0^{t_1} \frac{1}{(v_1 \cos \beta_1)^2} (v_1 \tau^{-\frac{1}{2}} \sin \beta_1 - t_1 \tau^{-\frac{3}{2}} \operatorname{tg} \beta_1) e^{-\frac{(t_1 - v_1 \tau \cos \beta_1)^2}{4\omega\tau}} d\tau, \end{aligned}$$

де x_1 – координата, перпендикулярна до поверхні, що формується.

При зубофрезеруванні нагрівання стружки і зубчастого вінця здійснюється за невеликий проміжок часу. Потім цей процес стабілізується, і приріст температури при встановленому температурному режимі $\tau \rightarrow \infty$.

Тоді температура стружки від рухомого зі швидкістю v вздовж нескінченного стрижня точкового джерела тепла дорівнює:

$$T(x) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} T(x, \tau) = \begin{cases} \frac{q}{v_c C_v} e^{-\frac{v_c x}{\omega}}, & \text{при } x > 0; \\ \frac{q}{v_c C_v}, & \text{при } x \leq 0, \end{cases}$$

де C_v – теплоємність, для розрахунку T_{cd} дає тільки грубе наближення, оскільки шар, по якому тепло повинно було б поширюватися протягом великого часу ($\tau \rightarrow \infty$), на лівому кінці виноситься стружкою, тому потрібно брати кінцевий час $\tau = t$.

Шар зуба вінця, в який перейшло тепло, на наступному обороті переходить в стружку, тому загальна кількість тепла, яке перейшло в стружку після проходження зони потоку q_1 , становить

$$\begin{aligned} Q &= \lambda \frac{\partial T_{cd}}{\partial x_1} + \left(\frac{q_1}{v_c} - \lambda \frac{\partial T_{cd}}{\partial x_1} \right) + \frac{q_6 h_\phi}{2v} + \\ &+ \int_{h_\phi}^{h_\phi + h_{3n}} \frac{q_5 dh}{2v} = \frac{q_1}{v_c} + \frac{q_6 h_\phi}{2v} + \int_{h_\phi}^{h_\phi + h_{3n}} \frac{q_5 dh}{2v}, \end{aligned}$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності.

Тут ми не враховуємо поширення тепла в зубчастий вінець від потоків q_2 , q_3 , uq_4 . Температура стружки після проходження q_1 становитиме

$$T_{cq_1} = \frac{Q}{C_v t_1 a} + T_{gh},$$

де T_{gh} – початкова температура деталі; а після проходження зони потоку q_2

$$T_{cq_2}(\tilde{y}) = \frac{q_2(\tilde{y})}{v_c} + \frac{Q}{C_v t_1 a} + T_{gh}, \quad (5)$$

де вісь $\tilde{y}$ спрямована від середини поверхні перпендикулярно до осі стружки. Приріст температури стружки, викликаний потоком q_3 від тертя стружки об передню криволінійну поверхню твердосплавної пластини, обчислюємо за формулою

$$\begin{aligned} T_{cq_3}(y, x) &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \frac{q_3(x_i) \frac{x_{i+1} - x_i}{v_c}}{C_v \sqrt{4\pi\omega} \frac{x - x_i}{v_c}} e^{-\frac{y^2}{4\omega \frac{x - x_i}{v_c}}} = \\ &= \int_0^x \frac{q_3(\tilde{x}) \frac{d\tilde{x}}{v_c}}{C_v 2 \sqrt{4\pi\omega} \frac{x - \tilde{x}}{v_c}} e^{-\frac{y^2}{4\omega(x - \tilde{x})/v_c}} d\tilde{x} = \\ &= \int_0^x \frac{q_3(\tilde{x})}{C_v 2 \sqrt{4\pi\omega v_c} (x - \tilde{x})} e^{-\frac{y^2 v_c}{4\omega(x - \tilde{x})}} d\tilde{x}, \end{aligned} \quad (6)$$

а при постійному потоці $q_3(\tilde{x}) = q_{3o} = \text{const}$,

$$T_{cq_3}(y, x) = -\frac{q_{3o}}{C_v \sqrt{\sigma v_c}} \int_0^{\sqrt{4\omega x}} e^{-\frac{y^2 v_c}{u^2}} du,$$

де вісь y спрямована перпендикулярно від поверхні, що контактує з передньою поверхнею криволінійною поверхнею пластини, а вісь x – уздовж передньої поверхні твердосплавної пластини по поверхні стружки.

Остаточно температуру стружки можна представити у такому вигляді (без урахування охолодження зовнішньої поверхні) (формула 7).

Після дотику стружки, що сходиться з криволінійної поверхні пластини в точці з координатою x_n , температура стружки становить (формула 8):

$$\begin{aligned} T_c(x, y, t) &= T_{gh} + \frac{1}{C_v} \left[\tau_T \frac{\cos \gamma}{\sin \beta} + \frac{1}{2} \tau_T \frac{h_\phi}{t_1} + \frac{1}{2t_1} \int_{h_\phi}^{h_\phi + h_{3n}} \tilde{\tau}_x dh + \right. \\ &+ \left. \sigma_T \left(\frac{\left| y - \frac{t_1}{2} \right|}{R - y} - \frac{\sigma_T (R - \frac{t_1}{2})}{(k_y - \sigma_T)(R - \frac{t_1}{2}) + \sigma_T (R - \frac{t_1}{2})} \right) \right] + \\ &+ \int_0^x \left(\frac{\tau_x v \sin \beta}{2C_v \cos(\beta - \gamma)} + \alpha_{cp} (T_c(\tilde{x}, 0, t) - T_p(\tilde{x}, 0, t)) \right) \frac{\sqrt{\cos(\beta - \lambda)}}{\sqrt{4\sigma\omega v \sin \beta} (x - \tilde{x})} e^{-\frac{y^2 v \sin \beta}{4\omega \cos(\beta - \alpha)(x - \tilde{x})}} d\tilde{x} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
\tilde{T}_c(x, y, t) = & T_c(x, y, t) - \frac{v \sin \beta y}{C_v l_n \sqrt{\sigma} \cos(\beta - \gamma)} \times \\
& \times \int_{y(4\omega x_n \cos(\beta - \gamma)/(v \sin \beta))^{1/2}}^{y(4\omega(x_n + l_n \cos(\beta - \gamma)/(v \sin \beta))^{1/2})} \left\{ \begin{array}{l} T_n/\alpha, u < y(4\omega(x_n + l_n \cos(\beta - \gamma)/(v \sin \beta))^{1/2}) \\ 0, \text{ в іншому випадку} \end{array} \right\} \times e^{-\frac{1}{u^2} du} + \\
& + \alpha_{cn} \int_{x_n}^x \left\{ \begin{array}{l} \tilde{T}_c(\tilde{x}, 0, t) - T_n(\tilde{x}, 0, t), x < x_n + l_n \\ 0, \text{ в іншому випадку} \end{array} \right\} \times \\
& \times (\cos(\beta - \gamma)/(4\sigma\omega v \sin \beta (x - \tilde{x})))^{1/2} e^{-\frac{y^2 v \sin \beta}{4\omega \cos(\beta - \gamma)(x - \tilde{x})}} d\tilde{x}. \quad (8)
\end{aligned}$$



Рисунок 5 – Форма стружки, що утворюється пластиною з криволінійною передньою поверхнею збірної черв'ячної фрези при обробці зубчастого вінця ($m = 20$ мм; $z = 316$, матеріал – сталь 34ХНЗМА)

$$\begin{aligned}
T_g(Z_2, t)|_{pe} = & T_{gh} + T_{cd} + \frac{1}{2C_v} q_6 \sqrt{\frac{t}{\pi\omega}} - \alpha_{gh} \int_0^t (T_g(Z_2, \tilde{t}) - T_h(Z_2, \tilde{t})) \frac{d\tilde{t}}{\sqrt{4\pi\omega\tilde{t}}}; \\
T_g(Z_3, t)|_{ek} = & T_g(Z_2, t)|_{e:Z_2=0} + \frac{1}{2C_v} q_5(Z_3) \sqrt{\frac{t}{\pi\omega}} - \\
& - \alpha_{pg} \int_0^t (T_g(Z_3, \tilde{t}) - T_p(Z_3, \tilde{t})) \frac{d\tilde{t}}{\sqrt{4\pi\omega\tilde{t}}} \quad (9)
\end{aligned}$$

На рис. 5 показано стружку, що зрізана збірною черв'ячною модульною фрезою. Ширина стружки не перевищує довжину різальної кромки збірної фрези і дорівнює 14-18 мм. Стружка є завитою, що свідчить про достатньо сприятливі умови різання збірної черв'ячної фрези. Цьому сприяє наявність криволінійної форми передньої поверхні твердосплавної пластини збірної черв'ячної фрези.

Для розрахунку температури зовнішнього шару зубчастого вінця, що зрізається на наступному оберті, з огляду на малу тривалість процесу було прийнято «стрижневу» модель (без урахування теплообміну між умовними стрижнями).

Позначаючи координату вздовж поверхні деталі, що контактує з наростом (застійною зоною), через Z_2 , а вздовж задньої поверхні твердосплавної пластини – через Z_3 , температури можна визначити за формулою 9.

Ці залежності є уточненням величин, що входять в (7), оскільки в деталь йде не половина потоків q_6 і q_5 , а інша частина, що залежить від температури наросту і твердосплавної пластини та умов теплообміну (коефіцієнти α_{gh} і α_{ph}). Температуру наросту $T_h(Z_2, t)$ на ділянці (р, е) можна вважати приблизно рівною температурі твердосплавної пластини $T_p(Z_2, t)$ на ділянці (а, с) з відповідним коефіцієнтом теплообміну α_{gp} замість α_{gh} . Якщо вважати початко-

ву температуру вінця T_{gh} постійною, таким чином, її теплообмін в системі «стружка – твердосплавна пластина – зубчастий вінець» буде відбуватися за рахунок теплообміну контактуючих з повітрям передньої поверхні пластини і видаленого матеріалу стружки.

Рівняння (7), (8)–(1), (9) з урахуванням зазначеного вище утворюють замкнуту систему теплообміну «стружка – твердосплавна пластина збірної черв'ячної фрези – зубчастий вінець».

Висновки

Температура нагрівання передньої поверхні твердосплавної пластини, обмежує режими різання, допустимі зносостійкістю різальної частини збірної черв'ячної фрези. Вплив температури передньої поверхні твердосплавної пластини зростає зі збільшенням товщини зрізаного шару.

Розроблена математична модель розподілу теплових потоків при фрезеруванні зубчастих вінців рудорозмельних млинів збірними черв'ячними фрезами з криволінійною формою передньої поверхні твердосплавної пластини і знятті великих перерізів зрізу. Запропонована математична модель дозволяє прогнозувати при заданих режимах різання розподіл теплових потоків і температуру в системі «стружка – твердосплавна пластина збірної черв'ячної фрези – зубчастий вінець».

Подяки

Відсутні.

Конфлікт інтересів

Відсутній.

Список використаних джерел / References

1. Grzesik, W., Rech, J., & Żak, K. (2014). Determination of friction in metal cutting with tool wear and flank face effects. *Wear*, 317(1–2), 8–16. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2014.05.003>
2. Sagapuram, D., Yeung, H., Guo, Y., Mahato, A., M'Saoubi, R., Compton, W. D., Trumble, K. P., & Chandrasekar, S. (2015). On control of flow instabilities in cutting of metals. *CIRP Annals*, 64(1), 49–52. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2015.04.059>
3. Melkote, S., Grzesik, W., Outeiro, J., Rech, J., Schulze, V., & Attia, H. (2017). Advances in material and friction data for modelling of metal machining. *CIRP Annals*, 66(2), 731–754.
4. Denguir, L. A., Outeiro, J. C., Fromentin, G., Vignal, V., & Besnard, R. (2016). Orthogonal cutting simulation of OFHC copper using a new constitutive model considering the state of stress and the microstructure effects. *Procedia CIRP*, 46, 238–241. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.03.208>
5. Fox-Rabinovich, G., Gershman, I. S., Locks, E., Paiva, J. M., Endrino, J. L., Dosbaeva, G., & Veldhuis, S. (2021). The relationship between cyclic multi-scale self-organized processes and wear-induced surface phenomena under severe tribological conditions associated with buildup edge formation. *Coatings*, 11(8), 1002. <https://doi.org/10.3390/coatings11081002>
6. Zhang, W., Weng, J., Zhuang, K., et al. (2022). Modeling of contact stress and tool-based frictional forces considering edge effect in cutting Ti-6Al-4V. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 118, 2405–2418. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-08103-1>
7. Priest, J., Ghadbeigi, H., Ayvar-Soberanis, S., & Liljerehn, A. (2021). Effects of coefficient of friction coupled with a deformation dependent friction model in cutting simulations. *Procedia CIRP*, 102, 429–434. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2021.09.073>
8. Haddag, B., Atlati, S., Nouari, M., et al. (2015). Analysis of the heat transfer at the tool–workpiece interface in machining: determination of heat generation and heat transfer coefficients. *Heat and Mass Transfer*, 51(10), 1355–1370. <https://doi.org/10.1007/s00231-015-1499-1>
9. Wang, B., Liu, Z., Hou, X., & Zhao, J. (2018). Influences of cutting speed and material mechanical properties on chip deformation and fracture during high-speed cutting of Inconel 718. *Materials*, 11(4), 461. <https://doi.org/10.3390/ma11040461>
10. Bembenek, M., Dzienniak, D., Dzindziora, A., Sułowski, M., & Ropyak, L. (2023). Investigation of the impact of selected face milling parameters on the roughness of the machined surface for 1.4301 steel. *Advances in Science and Technology Research Journal*, 17(4), 299–312. <https://doi.org/10.12913/22998624/170422>
11. Попадюк І.Й., Шацький І.П., Шопя В.М. Механіка фрикційного контакту оболонок з деформівним заповнювачем. Івано-Франківськ: Факел, 2003. 180 с. / Popadyuk, I. Y., Shatskyi, I. P., & Shopa, V. M. Mekhanika fryktsiynoho kontaktu obolonok z deformivnym zapovnyuvachem [Mechanics of frictional contact of shells with deformable filler]. Fakel [in Ukrainian]

12. Shatskyi, I., Makoviichuk, M., Ropyak, L., & Velychkovych, A. (2023). Analytical model of deformation of a functionally graded ceramic coating under local load. *Ceramics*, 6(3), 1879–1893. <https://doi.org/10.3390/ceramics6030115>
13. Shatskyi, I., Makoviichuk, V., Lazariev, I., & Ropyak, L. (2025). Response of functionally gradient ceramic coating on abrasive action. *Structural Integrity and Life*, 25(3), 399–404. <https://doi.org/10.69644/ivk-2025-03-0399>
14. Li, Y., et al. (2019). Cutting performance evaluation of the coated tools in high-speed milling of AISI 4340 steel. *Materials*, 12(19), 3266. <https://doi.org/10.3390/ma12193266>
15. Brito, R. F., et al. (2009). Thermal analysis in coated cutting tools. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 36, 314–321.

MODELING OF THERMAL FLUXES IN THE "COMPOSITE MODULAR HOB-CHIP-GEAR RIM" SYSTEM DURING THE HOBGING OF LARGE-MODULE GEARS

Vasylchenko Ya. V.

Doctor of Technical Sciences, Professor
Donbas State Engineering Academy,
72 Akademichna St., Kramatorsk, 84313, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-4566-8827>
e-mail: wasilchenko.ua@gmail.com:

Myronenko O. Ye.

Postgraduate Student
Donbas State Engineering Academy,
72 Akademichna St., Kramatorsk, 84313, Ukraine
<https://orcid.org/0009-0002-6626-5629>
e-mail: om7251975@gmail.com

Abstract. The temperature distribution on the working surfaces of the cutting edge of the carbide insert is one of the most significant characteristics defining the operating conditions of an assembled worm-type modular gear hob. It has a considerable influence on the wear patterns of these surfaces. The durability of assembled worm modular hobs can be increased not only by improving the heat resistance of the tool material but also by enhancing the heat dissipation conditions. The latter affects the removal of the heat generated during the cutting process at the insert's cutting edge, which causes its heating to high temperatures. The efficiency of the gear hobbing process can be assessed based on the analysis of the temperature distribution on the contact surfaces of the assembled worm hob. The shape of the rake face of the carbide insert has the greatest impact on tool life during the cutting process. This study focuses on analyzing the distribution of heat fluxes during the hobbing of large-module gear rims of ore-grinding mills made of high-alloy steels using assembled worm modular hobs equipped with mechanically clamped polyhedral carbide inserts having a curvilinear rake face. The regularities of heat flux distribution during gear hobbing and the removal of large chip sections are investigated to gain insight into the physical nature of the cutting process. The influence of the temperature on the rake face of the carbide insert increases with the thickness of the removed chip layer. A mathematical model has been developed to describe the distribution of heat fluxes during the hobbing of large-module gear rims of ore-grinding mills using assembled worm modular hobs with a curvilinear rake face under conditions of large chip removal. The proposed model makes it possible to predict, for given cutting conditions, the distribution of heat fluxes and the temperature within the system comprising the carbide insert of the assembled worm modular hob, the chip, and the gear rim. The heating temperature of the rake face of the carbide insert limits the cutting modes permissible according to the wear resistance of the cutting part of the assembled worm hob.

Keywords: gear hobbing, assembled worm modular hob, carbide insert with curvilinear rake face, large-module gears, heat flux distribution.