

МАТЕМАТИЧНІ АСПЕКТИ СТВОРЕННЯ БІБЛІОТЕКИ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТАЛЕВИХ МЕХАНІЗМІВ

О. О. Слабий, І. В. Цідило

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15,
e-mail: burewisnyk@gmail.com

Розглянуто питання підходів до моделювання просторових та плоских блочних механізмів в середовищах компонентно-орієнтованого ієрархічного моделювання для вивчення усталених і перехідних режимів їхньої роботи в часовій області. Для цього проведено аналіз створених моделей талевих систем в існуючих роботах та обґрунтовано неможливість застосування описаних в них підходів до моделювання при синтезі моделей талевих систем довільних конструкцій в середовищах компонентно-орієнтованого ієрархічного моделювання. Зважаючи на це, в роботі запропоновано альтернативний підхід до створення моделей талевих систем, що базується на принципах вільної, декларативної компонентно-орієнтованої мови моделювання Modelica. На прикладі типової конструкції просторового блочного механізму розглянуто порядок його декомпозиції на окремі складові компоненти та подальшої агрегації із даних компонентів імітаційної моделі. Окремо розглянуто основні структурні компоненти, що використовуються для побудови моделей талевих механізмів бурових систем: ділянки троса, блок, вилку та лебідку та здійснено побудову математичних моделей їхньої роботи. Описано закони поєднання даних компонентів між собою та порядок синтезу із них імітаційних моделей роботи блочних механізмів довільної конструкції. Розглянуто окремі питання, щодо визначення довжини ділянки троса, яка поєднує два просторово розташовані блоки, а також перевірки адекватності синтезованої імітаційної моделі. На основі запропонованих підходів і математичних моделей створено бібліотеку моделювання Wire в мові Modelica, що може бути використана при побудові імітаційних моделей роботи талевих механізмів бурових систем та наведено приклад її використання при створенні імітаційної моделі одинарного натяжного пристрою водовіддільної колони тросового типу.

Ключові слова: імітаційна модель, трос, блок, талева система, компонентно-орієнтоване моделювання, Modelica.

Рассмотрены вопросы подходов к моделированию пространственных и плоских блочных механизмов в средах компонентом ориентированного иерархического моделирования для изучения устоявшихся и переходных режимов их работы во временной области. С этой целью проведен анализ созданных моделей талевых систем в существующих работах и обоснована невозможность применения описанных в них подходов моделирования при синтезе моделей талевых систем произвольных конструкций в средах компонентом ориентированного иерархического моделирования. Исходя из этого, в работе предложен альтернативный подход к созданию моделей талевых систем, основанный на принципах свободного, декларативного, компонентно-ориентированного языка моделирования Modelica. На примере типовой конструкции пространственного блочного механизма рассмотрен порядок его декомпозиции на отдельные компоненты и последующей агрегации с данными компонентов имитационной модели. Отдельно рассмотрены основные структурные компоненты, используемые для построения моделей талевых механизмов буровых систем: участок троса, блок, вилка и лебедка и выполнено построение математических моделей их работы. Описаны законы сочетания данных компонентов между собой и порядок синтеза из них имитационных моделей работы блочных механизмов произвольной конструкции. Рассмотрены отдельные вопросы, касающиеся определения длины участка троса, объединяющий два пространственно расположенных блока, а также проверки адекватности синтезированной имитационной модели. На основе предложенных подходов и математических моделей создана библиотека моделирования Wire в языке Modelica, которая может быть использована при построении имитационных моделей работы талевых механизмов буровых систем и приведен пример ее использования при создании имитационной модели одинарного натяжного устройства водоотделяющей колонны тросового типа.

Ключевые слова: имитационная модель, трос, блок, талевая система, компонентно-ориентированное моделирование, Modelica.

The article considers issues of approaches to modeling spatial and planar pulley-block mechanisms in component-based hierarchical modeling systems for analysis of their stable and transient functional modes in the time domain. To do this, the analysis of developed models of pulley systems in existing works and justification of impossible use of the modeling approaches during synthesis of models of pulley-block systems of arbitrary structures in component-based modeling media are performed. Based on this, an alternative approach to the development of pulley-block systems based on the principles of free, declarative, component-based modeling language Modelica is proposed. Using the typical design of a spatial pulley-block mechanism as an example, the order of its decomposition into individual components and subsequent aggregation from these components of the simulation model is considered. Separately, the main structural components, used to build models of tackle mechanisms of drilling systems are considered: a cable section, a block, a plug and winches, and mathematical models of their work are designed. The laws of combining these components with each other and the synthesis procedure of simulation models of the operation of block mechanisms of arbitrary design are described. Separate issues are considered regarding the determination of the length of the cable section, combining two spatially located blocks, as well as checking the adequacy of the synthesized simulation model. Based on the proposed approaches and mathematical models, a "Wire" modeling library was developed in Modelica language, which can be used to build simulation models of pulley-block mechanisms of drilling systems and an example of its use when creating a simulation model of a single riser wire tensioner is presented.

Key words: simulation model, wire, block, pulley-block system, components-based modeling, Modelica.

Вступ

При вивченні особливостей вібраційної роботи бурильних і водовіддільних колон шляхом математичного чи імітаційного моделювання є важливим, з якою точністю моделюється закріплення їхнього верхнього кінця. У найпростіших моделях кріплення верхнього кінця колон зазвичай представляють пружним або пружно-в'язкими тілами із зведеними коефіцієнтами жорсткості та демпфування. Однак такий підхід не дає змоги повною мірою описати особливості роботи цих систем, а отже, оцінити їх вплив на вібраційну роботу системи загалом. Системи утримання колон є складними механізмами із електричними, механічними, гідравлічними та іншими підсистемами, що ускладнює підходи до їхнього моделювання.

В інженерних і наукових розрахунках при дослідженні усталених і перехідних процесів у складних системах, що є поєднанням різноманітних підсистем, широкого застосування набули програмні комплекси імітаційного моделювання, зокрема: Dymola, SimulationX, Amesim, SystemModeler, Simplorer, OpenModelica, тощо. Дані комплекси побудовано на принципах компоненто-орієнтованого програмування, які полягають у створенні моделі досліджуваної системи шляхом агрегації імітаційних моделей її компонентів. На початковому етапі розвитку кожен програмний комплекс мав окремий набір бібліотек імітаційних моделей компонентів, що, як правило, не був сумісний із іншими програмними комплексами, а також особливий порядок їх створення. Однак необхідність забезпечення міграції та інтеграції розроблених в сторонніх програмних продуктах імітаційних моделей при побудові складних мультидоменних моделей призвела до потреби

створення універсального стандарту опису імітаційних моделей, яким де-факто стала вільна і патентно-незалежна мова моделювання Modelica. Зважаючи на це значна частина вільних і комерційних бібліотек розробляється у даній мові, що дає змогу використовувати їх в різних середовищах моделювання.

Хоча на сьогодні розроблено значну кількість бібліотек моделювання [1], серед них немає вільної бібліотеки, яка б давала змогу моделювати силові талеві механізми, що є важливо при створенні імітаційних моделей систем кріплення бурильних і водовіддільних колон. Опису основних підходів до побудови такої бібліотеки присвячена дана стаття.

Аналіз публікацій

В більшості існуючих робіт де проводиться моделювання роботи систем, що містять талеву систему, автори отримують узагальнену модель досліджуваного механізму, яка враховує конструктивні особливості талі, без подальшої декомпозиції конструкції на окремі частини. Такі моделі розглядалися авторами в роботах [2–5], де проведені дослідження різних особливостей динаміки роботи бурильної колони. Талеву систему в розглянутих моделях представляли еківалентним пружним тілом із зведеним коефіцієнтом жорсткості.

В роботах Hatleskog J. T. та інших [6–8] при дослідженні особливостей роботи бурильної колони та компенсатора вертикальних переміщень бурильної колони роботу талевої системи моделювали двома зосередженими масами, що поєднані між собою за допомогою пружно-в'язкого тіла. Така модель, на думку авторів, представляла талевий блок і кронблок, з ділянками троса, що знаходиться між ними.

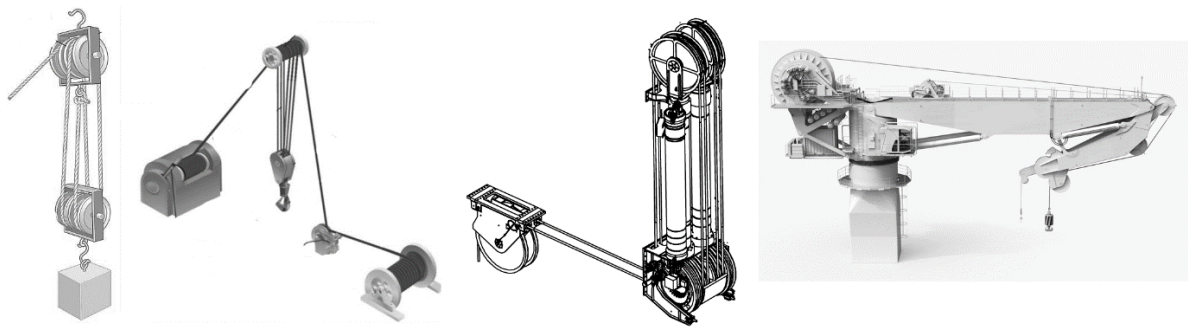


Рисунок 1 – Типові конструкції блочних механізмів

Аналогічним підходом пішли автори в роботі [9] при вивченні роботи натяжної системи водовіддільної колони. Хоча запропоновані моделі мають компактні і прості математичні викладки, що є важливим для подальшого аналізу, однак нехтування важливими особливостями роботи блочних механізмів у них призводить до неможливості їх застосування при дослідженні процесів, коли відбувається значна зміна довжини тросів між блоками системи, а також аварійних ситуацій обриву тросів, різкого розвантаження талевого блока тощо.

Детальніше конструкцію талевої системи враховано при побудові моделі активної системи компенсування вертикальної хитавиці в роботі [10]. Тут проведено поділ системи на її окремі структурні елементи, окремо отримано моделі роботи блоків та ділянок тросів між ними, що враховують видовження тросів, їх вагу та пружно-пластичну властивість матеріалу, з яких вони виготовлені. Однак побудова моделі кожного структурного елементу велась, виходячи із його унікального розташування в пристрої та врахування параметрів роботи сусідніх елементів, що не дає змоги застосувати запропонований підхід як універсальний для створення моделей блочних механізмів довільної конструкції. Аналогічний підхід застосовано в роботі [11], де автор досліджує роботу натяжної системи водовіддільної колони.

У роботі [12] при дослідженні динаміки роботи натяжної системи водовіддільної колони тросового типу автор будував імітаційну модель у середовищі SimulationX, де представив троси між блоками зведеними пружними тілами, а самі блоки – обертовими тілами, що володіють моментом інерції. Такий підхід дозволив отримати наближену модель роботи талевої системи в середовищі імітаційного моделювання, однак вона не дає змоги повною мірою описати особливості роботи поліспасти натяжної системи водовіддільної колони, зок-

рема наявність тертя в осях блоків, можливість проковзування троса по них та зміну пружно-пластичних властивостей ділянки в залежності від зміни її довжини тощо.

Аналіз робіт показує, що на даний час відсутня розроблена універсальна методика моделювання блочних механізмів довільної конструкції, яка б з достатньою точністю описувала особливості їх роботи та могла б застосовуватись при створенні моделей більш складних систем.

Конструкція талевих систем

Типова конструкція талевих систем (рис. 1) складається із троса фіксованої довжини, кінці якого жорстко зацмеленні або приводяться в рух іншими механізмами, що огинає розташовані в просторі або площині рухомі та нерухомі блоки. Окрім цього, механічна система може включати додаткове обладнання: храпові механізми, барабани, лебідки тощо. Часто в підйомних механізмах для отримання виграшу в силі використовують систему поліспасти, де декілька блоків закріпленні на одній осі і утворюють обойму блоків.

В процесі роботи внаслідок наявних в системі сил тертя та сил інерції зусилля натягу троса в усіх його перерізах в певний момент часу є різним, що впливає як на величину його деформації, так і на динамічні характеристики його роботи. Тому при побудові моделей механізмів, де передача зусилля через систему блоків має важливу роль, цю особливість роботи слід враховувати. Ґрунтуючись на принципах декомпозиції складних механізмів [13] та враховуючи вищесказане при побудові моделей більшості конструкцій блочних механізмів, талів та поліспасти, їх можна представити у вигляді поєднання моделей наступних базових компонентів:

– ділянки троса, компоненту, що моделює ділянку троса за допомогою якої поєднуються між собою два блоки чи інші механізми, на якій параметри троса, а також його зусилля натягу є незмінні в будь-який обраний момент часу;

– блока, компонента, що моделює роботу блока, який являє собою тіло, що обертається навколо своєї осі, призначене для підтримання і зміни напрямку руху натягнутого троса;

– вилки – елемента, призначеного для кріплення осі блока(-ів) до тривимірної моделі корпусу, що дає змогу створювати модель об'єму блоків;

– жорстке защемлення – точка, де кінець троса жорстко кріпиться до елемента тривимірної моделі корпусу;

– інші спеціальні механізми.

Розглянемо кожен компонент окремо, вивчивши особливості його роботи та створивши відповідні математичні моделі.

Ділянка троса

При побудові моделі талевої системи компонентом «ділянка троса» моделюємо частину троса, за допомогою якої поєднуються два блоки або інші механізми досліджуваної системи за умови, що параметри троса на цій ділянці незмінні, зусилля його натягу в усіх перерізах є однаковими і на нього не діє зовнішнє навантаження. При побудові моделі вважаємо, що трос є невагомим, нежорстким тілом із розподіленими параметрами по довжині з відомими в глобальній системі координат координатами його кінців A і B , які, виходячи із конструкції системи, можуть бути як сталими, так і змінними в часі. Зважаючи на те, що при роботі трос зазвичай постійно натягнутий, вважаємо, що між точками A та B він набуває форми прямої лінії і має постійний натяг T . Розрахункову схему ділянки троса показано на рис. 2.

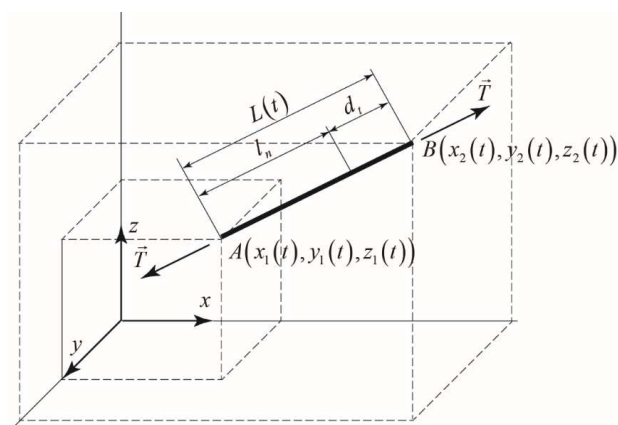


Рисунок 2 – Розрахункова схема ділянки троса

Довжину троса на ділянці AB можна визначити, виходячи із відомих координат точок A і B :

$$L = \|\overline{AB}\|, \quad (1)$$

а також як суму довжин:

$$L = l_n + d_t, \quad (2)$$

де l_n – довжина троса на ділянці в недеформованому стані (при $T = 0$),

d_t – величина деформації троса. Деформацію троса d_t визначаємо виходячи із обраного підходу по його представленню. Якщо трос розглядається як пружне тіло, що підпорядковується закону Гука, деформацію троса знаходимо за наступними формулами:

$$d_t = kl_n T; \quad (3)$$

$$k = \frac{1}{A_w E_w k_f}, \quad (4)$$

де k – коефіцієнт пружності,

A_w – площа поперечного перерізу троса,

E_w – модуль Юнга матеріалу троса,

k_f – коефіцієнт співвідношення суми

площ поперечних перерізів всіх жил троса до площі поперечного перерізу троса.

Якщо при моделюванні ділянки троса враховуємо також наявність внутрішнього тертя, то його представляємо у вигляді тіла Фойхта [10; 12]. Враховуючи це, величина деформації визначається розв'язанням наступного рівняння:

$$\frac{T}{A_w k_f} = E_w \frac{d_t}{l_n} + \eta \frac{d}{dt} \left(\frac{d_t}{l_n} \right). \quad (5)$$

де η – коефіцієнт в'язкого тертя.

Довжина троса в недеформованому стані l_n не є сталою в часі, тож в процесі роботи змінюється внаслідок переміщення троса через блоки і інші механізми, тобто точки A і B . Позначимо довжину троса в недеформованому стані, що перемістились через точки A і B , відповідно l_A і l_B . Тоді загальний приріст довжини l_n за одиницю часу на ділянці троса можна описати наступною формулою:

$$\frac{dl_n}{dt} = \frac{dl_A}{dt} + \frac{dl_B}{dt}. \quad (6)$$

Для замикання моделі в неї слід знайти напрямок та величину зусиль натягу троса, що діють на кінцях A і B :

$$\vec{T}_B = \frac{\overline{AB}}{\|\overline{AB}\|} T, \quad (7)$$

$$\vec{T}_A + \vec{T}_B = 0. \quad (8)$$

В результаті отримуємо замкнену математичну модель, яка характеризує режим роботи троса на ділянці AB .

Блок

Компонент «блок» моделює зокрема сам блок, його опори кочення, а також ділянку троса, яка контактує з ним. Розрахункова схема даного компоненту для побудови його математичної моделі наведена на рис 3. Вихідними даними до побудови є наступні відомі параметри: маса блока m_p , момент інерції блока J_p , робочий радіус блока R , момент спротиву руху (тертя) в опорах блока M_f , коефіцієнт тертя між тросом і блоком μ та розташування блока в просторі, що описується відомими координатами його центру мас C , який знаходиться посередині осі обертання блока та одиничним вектором \vec{A} , що відображає вісь обертання блока та направлений так, щоб поворот блока внаслідок переміщення троса з точки A в точку B , які є точками сходу троса із блока, відбувався в додатну сторону.

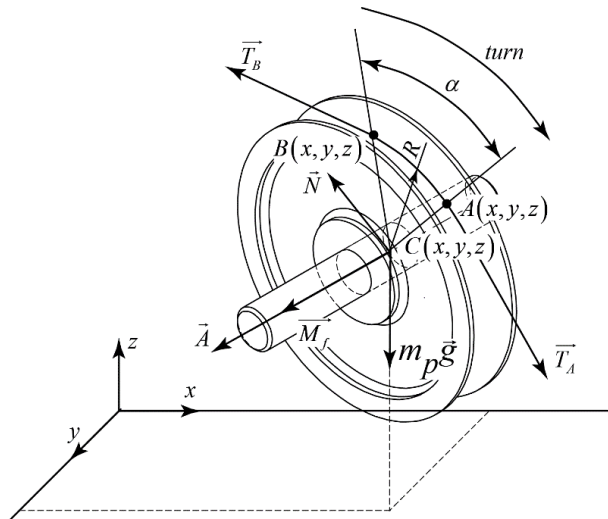


Рисунок 3 – Розрахункова схема моделі блока

Залежно від величини зусиль натягу \vec{T}_A і \vec{T}_B , що прикладені до кінців A і B , ділянки троса, яка контактує з блоком, можливо два режими роботи блока: нормальний режим роботи та режим проковзування. Достатньою умовою для нормального режиму роботи, який характеризується відсутністю проковзування троса по поверхні блока, є наступна рівність:

$$\frac{T_2}{T_1} \leq e^{-\mu\alpha}, \quad (9)$$

де T_2 і T_1 відповідно більше і менше числове значення зусиль натягу троса в точка його сходу з блока;

α – кут, що характеризує дугу контакту троса з блоком, який обчислюється, виходячи із координат точок A , B і C за формулою:

$$\cos \alpha = \frac{\overline{CA} \cdot \overline{CB}}{|\overline{CA}| \cdot |\overline{CB}|}. \quad (10)$$

В іншому випадку вважається, що трос проковзує по блоці.

Розглянемо роботу блока при нормальному режимі і режимі проковзування. При нормальному режимі роботи результуючий момент, що створюють зусилля натягу тросів на блок, менший за момент тертя, який виникає в зоні контакту троса і блока. В результаті кут повороту блока залежить від довжини троса, що пройшла через блок. Враховуючи це та застосувавши метод кінетостатики, математичну модель блока, можна записати наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} T_B R - T_A R - J_p \frac{d^2 \varphi}{dt^2} - M_f = 0; \\ \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{R} \frac{dl}{dt}; \\ \vec{T}_B + \vec{T}_A + \vec{N} + m_p \vec{g} + m_p \vec{a} = 0; \\ \vec{a} = \frac{d^2 C}{dt^2}; \\ \frac{dl_A}{dt} = \frac{dl_B}{dt}, \end{cases} \quad (11)$$

де φ – кут повороту блока навколо своєї осі;

\vec{N} – зусилля реакції, яке діє з боку кріплення блока на блок;

$m_p \vec{g}$ – вага блока; $m_p \vec{a}$ – сила інерції;

$\frac{dl_A}{dt}, \frac{dl_B}{dt}$ – довжина недеформованого троса, яка проходить за одиницю часу через точки A і B відповідно.

При режимі проковзування результуючий момент, які створюють зусилля натягу троса в точках його сходження з блока, є рівним моменту від сил тертя троса до поверхні блока, а отже, математична модель роботи блока є наступною:

$$\begin{cases} T_A R - T_B R - J_p \frac{d^2 \varphi}{dt^2} - M_f = 0; \\ T_A = T_B e^{-\mu\alpha}; \\ \vec{T}_B + \vec{T}_A + \vec{N} + m_p \vec{g} + m_p \vec{a} = 0; \\ \vec{a} = \frac{d^2 C}{dt^2}; \\ \frac{dl_A}{dt} = \frac{dl_B}{dt}, \end{cases} \quad (12)$$

де i – коефіцієнт, що характеризує реверс обертання блока.

Для того, щоб запропоновану систему рівнянь (11) і (12), можна було вирішити, слід знати координати точок сходження троса з блока. Їх можна визначити, виходячи із умови, що всі ділянки троса повинні бути дотичними до робочої поверхні блоків. Враховуючи те, що блоки можуть розташовуватися як у просторі, так і в площині, задачі з визначення координат кінців ділянок можна також поділити на плоску і просторову. Достатньою умовою, щоб вважати поставлену задачу просторовою, є непаралельність векторів осей обертання блоків:

$$\overline{A_I} \nparallel \overline{A_{II}}, \quad (13)$$

а умовою, для плоскої задачі є виконання наступних вимог:

$$\overline{A_I} \parallel \overline{A_{II}}; \quad (14)$$

$$C_{II} \in M \left\{ \left(\overline{A_I} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - \overline{C_I} \right) = 0 \right\}, \quad (15)$$

де M – площина, що перпендикулярна до осі блока і проходить через її центр. В іншому випадку синтезована модель вважається помилковою.

Визначення координат точок сходження троса з блока за плоскої постановки задачі

У плоскій задачі виникають труднощі, пов'язані із визначенням положення ділянки троса, зумовлені тим, що між двома колами в площині можна провести чотири дотичні лінії (рис. 4). Зважаючи на це, в модель вводимо додатковий параметр, який характеризуватиме спосіб поєднання блоків між собою.

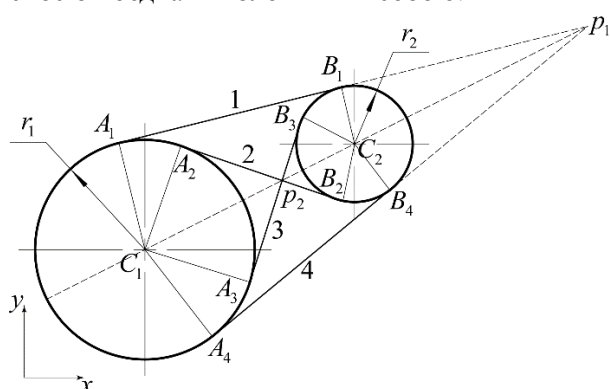


Рисунок 4 – Можливі положення ділянки троса між блоками

Залежно від обраного способу поєднання блоків координати точок сходження троса з нього визначаємо в площині розташування блоків за наступними формулами [14]:

– для схем роботи, коли трос проходить по зовнішній дотичній лінії (поз. 1, 4 рис. 4):

$$x_{p1} = \frac{r_1 x_{C2} - r_2 x_{C1}}{r_1 - r_2}; \quad (16)$$

$$y_{p1} = \frac{r_1 y_{C2} - r_2 y_{C1}}{r_1 - r_2}; \quad (17)$$

координати точки кінця ділянки:

$$x_{A1,4} = \left\{ r_1^2 (x_{p1} - x_{C1}) \pm r_1 (y_{p1} - y_{C1}) \sqrt{(x_{p1} - x_{C1})^2 + (y_{p1} - y_{C1})^2 - r_1^2} \right\} \times \left\{ (x_{p1} - x_{C1})^2 + (y_{p1} - y_{C1})^2 \right\}^{-1} + x_{C1}; \quad (18)$$

$$y_{A1,4} = \left\{ r_1^2 (y_{p1} - y_{C1}) \mp r_1 (x_{p1} - x_{C1}) \sqrt{(x_{p1} - x_{C1})^2 + (y_{p1} - y_{C1})^2 - r_1^2} \right\} \times \left\{ (x_{p1} - x_{C1})^2 + (y_{p1} - y_{C1})^2 \right\}^{-1} + y_{C1}; \quad (19)$$

координати іншої точки обчислюються аналогічно:

$$x_{B1,4} = \left\{ r_2^2 (x_{p1} - x_{C2}) \pm r_2 (y_{p1} - y_{C2}) \sqrt{(x_{p1} - x_{C2})^2 + (y_{p1} - y_{C2})^2 - r_2^2} \right\} \times \left\{ (x_{p1} - x_{C2})^2 + (y_{p1} - y_{C2})^2 \right\}^{-1} + x_{C2}; \quad (20)$$

$$y_{B1,4} = \left\{ r_2^2 (y_{p1} - y_{C2}) \mp r_2 (x_{p1} - x_{C2}) \sqrt{(x_{p1} - x_{C2})^2 + (y_{p1} - y_{C2})^2 - r_2^2} \right\} \times \left\{ (x_{p1} - x_{C2})^2 + (y_{p1} - y_{C2})^2 \right\}^{-1} + y_{C2}, \quad (21)$$

де x_i і y_i – координати i точки в площині розміщення блока (рис. 4);

– для випадків, коли трос проходить по внутрішній дотичній лінії між блоками (поз. 2, 3 рис. 4):

координати точки перетину дотичних ліній:

$$x_{p2} = \frac{r_1 x_{C2} + r_2 x_{C1}}{r_1 + r_2}; \quad (22)$$

$$y_{p2} = \frac{r_1 y_{C2} + r_2 y_{C1}}{r_1 + r_2}. \quad (23)$$

координати кінців ділянок обчислюються за формулами (18) і (19) з заміною координат точки перетну дотичних p_1 на p_2 .

Якщо робочі радіуси блоків однакові, то точка перетину дотичних знаходиться в нескінченності. В такому випадку координати кінців ділянок троса знаходяться із наступної умови:

$$\begin{bmatrix} x_{a1} \\ y_{a1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{c1} \\ y_{c1} \end{bmatrix} \pm \frac{\overline{C_I C_{II}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}{\|\overline{C_I C_{II}}\|} r. \quad (24)$$

Умовою адекватності синтезованої моделі є відсутність перетину контактних кіл блоків, а також розташування одного блока в іншому, що перевіряємо виконанням наступної вимоги:

$$\|\overline{C_I C_{II}}\| > r_I + r_{II}. \quad (25)$$

У випадку, коли відбувається з'єднання «блок – заземлення троса», координати точок знаходяться аналогічно, а заземлення представляється блоком із робочим радіусом $r = 0$.

Визначення координат точок сходження троса при просторовій постановці задачі

Визначення координат кінців ділянки троса, що з'єднує два блоки, розташованих у просторі, полягає у знаходженні лінії в просторі, яка б була дотичною до кіл контакту даних блоків. Виходячи із умови того, що дотична до кола повинна лежати в площині кола, лінія яка б була спільною дотичною до двох кіл, повинна належати площинам цих кіл, а отже, бути лінією їхнього перетину. З цієї умови знаходимо рівняння лінії:

$$\begin{cases} \overline{A_1} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \overline{C_1} = 0; \\ \overline{A_2} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \overline{C_2} = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Одночасно проводимо перевірку правильності побудови моделі шляхом порівняння радіусів контактних поверхонь блоків із відстанню від точок центрів блоків до отриманої лінії. Для вибираються дві довільні точки K і M , що належать прямій, після чого знаходимо відстань від точок центру блоків до дотичної лінії за формулою [15]:

$$s_i = \frac{\|(C_i - M) \times (C_i - K)\|}{\|K - M\|}, \quad (27)$$

де s_i – відстань від центру C i -го блока до лінії, що задається точками K і M та проводиться звірка із вихідними параметрами:

$$s_i \approx r_i. \quad (28)$$

Координати точок сходження троса з блока знаходяться шляхом побудови перпендикулярів від центру блоків до знайденої дотичної лінії та визначення точок перетину A і B . Координати даних точок знаходяться шляхом розв'язання системи рівнянь:

$$\begin{cases} l(x_A - x_{C_i}) + m(y_A - y_{C_i}) + n(z_A - z_{C_i}) = 0; \\ \begin{vmatrix} x_A - x_{C_i} & y_A - y_{C_i} & z_A - z_{C_i} \\ x_B - x_{C_i} & y_B - y_{C_i} & z_B - z_{C_i} \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0; \\ \frac{x_A - x_B}{l} = \frac{y_A - y_B}{m} = \frac{z_A - z_B}{n}, \end{cases} \quad (29)$$

де $\frac{x_A - x_B}{l} = \frac{y_A - y_B}{m} = \frac{z_A - z_B}{n}$ – канонічне рівняння дотичної лінії;

x_i, y_i, z_i – координати i -тої точки.

Окрім цього, здійснюється перевірка коректності створеної моделі шляхом перевірки виконання наступних умов:

$$\overline{AB} \times \overline{C_1 A} \uparrow \uparrow \overline{A_1}; \quad (30)$$

$$\overline{AB} \times \overline{C_2 B} \uparrow \uparrow \overline{A_2}. \quad (31)$$

Лебідка

У процесі буріння гальмування верхньої частини бурильної колони здійснюють за допомогою стрічково-колодкового гальма лебідки. За основу математичної моделі гальма лебідки було взято модель лебідки, представлену в роботах [16; 17]. Окрім цього, лебідки широко використовуються в активних системах компенсування хитавиці корабля, підйомних механізмів, де вони знаходяться в постійному процесі роботи.

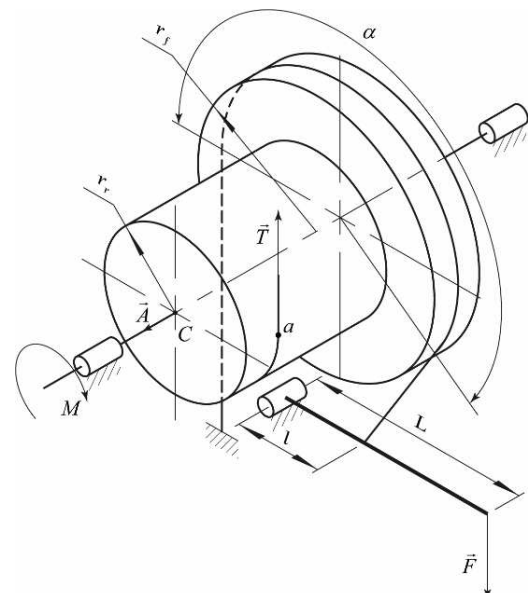


Рисунок 5 – Розрахункова схема лебідки

Розрахункова модель лебідки являє собою блок, який характеризується осьовим вектором \vec{A} , точкою центра мас C і радіусами барабана r_r і стрічкового гальма r_f . До одного кінця його підведений трос, а також можливе прикладання моменту обертання M , або сили гальмування M_f .

Загалом лебідка має два режими роботи: активний, в процесі якого відбувається намотування / розмотування троса, і режим гальма, коли відбувається блокування руху барабана лебідки.

Модель лебідки опишемо за допомогою методів кінетостатики. В результаті одержуємо:

$$Tr_b + M + M_f = 0; \quad (32)$$

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{R} + m\vec{a} = 0, \quad (33)$$

де M – момент, що прикладають до лебідки з боку силового привода;

M_f – момент гальмування лебідки, за допомогою стрічкового гальма, що визначають за формулою [16]:

$$M_f = \frac{r_f \cdot F \cdot L}{l} \eta (e^{\mu\alpha} - 1), \quad (34)$$

r_f – радіус барабана;

F – величина зусилля що діє на рукоять;

l і L – характеристики важеля гальма;

a – пришвидження центру мас лебідки;

α – кут охоплення стрічки;

μ – коефіцієнт тертя;

η – коефіцієнт корисної дії гальма;

T – сила натягу троса;

\vec{R} – зусилля, що діє від лебідки на фундамент.

Визначення точки сходження троса з барабану лебідки його розташування в просторі тощо, описується аналогічно, як для моделі блока.

Умова поєднання компонентів між собою

При використанні компоненто-орієнтованого моделювання для синтезу моделей роботи механізмів одною з умов є задання правил поєднання компонентів між собою, які, з математичної точки зору, виступають граничними умовами для математичних моделей окремих компонентів.

Виходячи із запропонованого в роботі підходу зі створення моделей блокових механізмів умови поєднання двох компонентів i і j наступні:

$$\begin{aligned} \vec{r}_i &= \vec{r}_j; \\ \vec{T}_i + \vec{T}_j &= 0; \\ \frac{dl_i}{dt} + \frac{dl_j}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (35)$$

де \vec{r} – радіус вектор, що визначає положення точки з'єднання в системі координат моделі;

\vec{T} – зусилля натягу троса;

$\frac{dl}{dt}$ – довжина недеформованого троса, що

проходить через точку за одиницю часу.

Окрім цього, для забезпечення визначення точок сходження троса з блока при поєднанні компонентів передаються такі параметри сусіднього блока: розташування його центру мас C . одиничний вектор, що визначає положення його осі обертання \vec{A} та радіус його робочої поверхні R .

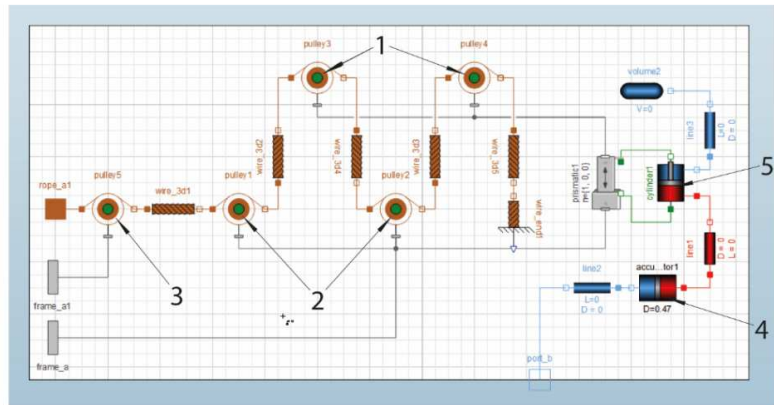
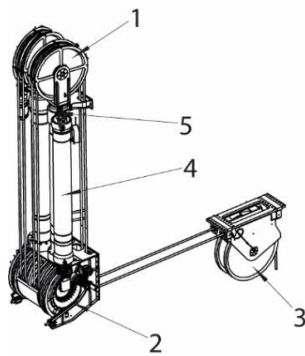
Бібліотека моделювання блочних механізмів Wire

На основі представлених вище математичних моделей окремих компонентів було створено бібліотеку моделювання Wire в мові моделювання Modelica, для синтезу імітаційних моделей механізмів, що містять блочні механізми. Як приклад застосування бібліотеки представлено створену модель одинарного натяжного пристрою водовіддільної колони тросового типу, що представлена на рис. 6. Забезпечення постійного натягу відбувається шляхом підтримання сталого зусилля натягу троса, який намотується на систему із двох рухомих і двох нерухомих блоків, між якими розташовується гідроциліндр. Для забезпечення сталого зусилля на штоку гідроциліндра використовується гідропневматичний акумулятор, під'єднаний до централізованої системи зберігання стисненого газу.

Отримана модель складається із 5 компонентів «блок», 5 компонентів «ділянка троса», жорсткого защемлення, моделі гідроциліндра, гідропневматичного акумулятора та трубопроводів.

Висновки

В роботі обґрунтовано порядок створення бібліотеки моделювання талевих механізмів, запропоновано порядок синтезу імітаційних моделей блокових механізмів довільної конструкції та розроблено математичні моделі їх основних компонентів. На основі описаних вище математичних моделей окремих компонентів створено бібліотеку моделювання Wire у мові Modelica, що використовувалась при по-



А
 1 – верхня обойма блоків; 2 – нижня обойма блоків; 3 – напрямний блок
 4 – гідроневматичний акумулятор; 5 – гідроциліндр
 А – зовнішній вигляд; Б – графічне зображення імітаційної моделі
 Рисунок 6 – Натяжний пристрій водовіддільної колони

будові імітаційних моделей роботи натяжної системи водовіддільної колони [18] та компенсатора вертикальних переміщень бурильної колони [19]. Дана бібліотека може використовуватись при синтезі імітаційних моделей механізмів, що мають в своїй конструкції блочні механізми, зокрема талевих систем бурових установок, кранів тощо.

Література

1. Modelica Association. Modelica Libraries. – URL: <https://www.modelica.org/libraries>.
2. Rashed G., Ghajar R., Hashemi S. J. An analytical model for drillstring axial vibration. *14th international Congress of Sound and Vibration*. Cairns, Australia, 9-12 July 2007.
3. Гриджук Я. С. Моделирование поперечных колебаний бурильной колонны в среде MapleSim. *Автоматизация производственных процессов в машиностроении та приладобудуванні*. 2011. Т. 45. С. 31–37.
4. Kreisle L. F., Vance J. M. Mathematical Analysis of the Effect of a Shock Sub on the Longitudinal Vibrations of an Oilwell Drill String. *Society of Petroleum Engineers Journal*. 1970. Vol. 10. No 04. С. 349–356. DOI: 10.2118/2778-PA.
5. Wang N., Cheng Z., Lu Y., Jiang W., Zhou J., He B., Ren G. A multibody dynamics model of contact between the drillstring and the wellbore and the rock penetration process. *Advances in Mechanical Engineering*. 2015. Vol. 7. No 5. DOI: 10.1177/1687814015582117.
6. Hatleskog J. T., Dunnigan M. W. Passive compensator load variation for deep-water drilling. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 2007. Vol. 32. No 3. С. 593–602.

7. Hatleskog J. T., Dunnigan M. W. Heave Compensation Simulation for Non-Contact Operations in Deep Water. *SPE Gas Technology Symposium*. Calgary, Alberta, Canada: Society of Petroleum Engineers, 15-17 May 2006. P. 1–6.
8. Hatleskog J. T., Dunnigan M. W. Active Heave Crown Compensation Sub-System. *Rocky Mountain Oil & Gas Technology Symposium*. Denver, Colorado, U.S.A.: Society of Petroleum Engineers, 16-18 April 2007. P. 1–6.
9. Haao J., Vangen S., Tyapin I., Choux M., Hovland G., Hansen M. R. The Effect of Friction in Passive and Active Heave Compensation of Crown Block Mounted Compensators. *2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production*. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway: International Federation of Automatic Control, May 31 - June 1, 2012. С. 316–320.
10. Walid A. A., Gu P., Iskandarani Y., Karimi H. R. Modeling and Simulation of an Active Heave Compensated Draw-works. *Recent Advances in Manufacturing Engineering*. 2005.
11. Guimarães P. R., Edward R. F., Franciss R., Bruno Ellwanger G. Marine riser emergency disconnection analysis using scalar elements for tensioner modelling. *Applied Ocean Research*. 2016. Vol. 59. P. 83–92. DOI: 10.1016/j.apor.2016.05.004.
12. Haziri Servet, Oystein Dyngvold Development of simulation model for virtual testing and design of a riser tensioner system: Master Thesis. University of Arder, 2011, 107p.
13. Janschek K., Richmond K. Mechatronic systems design. Heidelberg: Springer, 2012. 805p.
14. AmBrSoft Tangent lines between two circles calculator. 2019. URL: http://www.ambrsoft.com/TrigoCalc/Circles2/Circles2Tangent_.htm.

15. Eric W. Weisstein Point-Line Distance 3-Dimensional. URL: <http://mathworld.wolfram.com/Point-LineDistance3-Dimensional.html>.

16. Векерик В. І. Вплив параметрів бурової установки на динаміку роботи бурильного інструменту. *Нафтова і газова промисловість*. 1992. № 2. С. 31–35.

17. Векерик В. И. Совершенствование технологии углубления скважин изменением динамики работы бурильного инструмента: дисс. ... д-ра техн. наук, Ивано-Франковский институт нефти и газа. Ивано-Франковск, 1991. 749 с.

18. Слабий О. О. Побудова математичної моделі механізмів з'єднання водовіддільної колони з плаваючою буровою установкою. *11-й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові*. Львів, Україна: КІНПАТРИ ЛТД, 15-17 травня. С. 85–86.

19. Слабий О. О. Дослідження роботи компенсатора вертикальних переміщень бурильної колони із активною підсистемою замкненого циклу. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2015. 4(57). С. 27–35.

References

1. Modelica Association. Modelica Libraries. – URL: <https://www.modelica.org/libraries>.

2. Rashed G., Ghajar R., Hashemi S. J. An analytical model for drillstring axial vibration. *14th international Congress of Sound and Vibration*. Cairns, Australia, 9-12 July 2007.

3. Hrydzhuk Ya. S. Modeliuvannia povzdovzhnikh kolyvan burylnoi kolony v sere-dovyshchi Maplesim. *Avtomatyzatsiia vyrobny-chykh protsesiv u mashynobuduvanni ta pry-ladobuduvanni*. 2011. Vol. 45. P. 31–37.

4. Kreisle L. F., Vance J. M. Mathematical Analysis of the Effect of a Shock Sub on the Longitudinal Vibrations of an Oilwell Drill String. *Society of Petroleum Engineers Journal*. 1970. Vol. 10. No 04. С. 349–356. DOI: 10.2118/2778-PA.

5. Wang N., Cheng Z., Lu Y., Jiang W., Zhou J., He B., Ren G. A multibody dynamics model of contact between the drillstring and the wellbore and the rock penetration process. *Advances in Mechanical Engineering*. 2015. Vol. 7. No 5. DOI: 10.1177/1687814015582117.

6. Hatleskog J. T., Dunnigan M. W. Passive compensator load variation for deep-water drilling. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 2007. Vol. 32. No 3. С. 593–602.

7. Hatleskog J. T., Dunnigan M. W. Heave Compensation Simulation for Non-Contact Operations in Deep Water. *SPE Gas Technology Symposium*. Calgary, Alberta, Canada: Society of Petroleum Engineers, 15-17 May 2006. P. 1–6.

8. Hatleskog J. T., Dunnigan M. W. Active Heave Crown Compensation Sub-System. *Rocky Mountain Oil & Gas Technology Symposium*. Denver, Colorado, U.S.A.: Society of Petroleum Engineers, 16-18 April 2007. P. 1–6.

9. Haao J., Vangen S., Tyapin I., Choux M., Hovland G., Hansen M. R. The Effect of Friction in Passive and Active Heave Compensation of Crown Block Mounted Compensators. *2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production*. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway: International Federation of Automatic Control, May 31 - June 1, 2012. С. 316–320.

10. Walid A. A., Gu P., Iskandarani Y., Karimi H. R. Modeling and Simulation of an Active Heave Compensated Draw-works. *Recent Advances in Manufacturing Engineering*. 2005.

11. Guimarães P. R., Edward R. F., Franciss R., Bruno Ellwanger G. Marine riser emergency disconnection analysis using scalar elements for tensioner modelling. *Applied Ocean Research*. 2016. Vol. 59. P. 83–92. DOI: 10.1016/j.apor.2016.05.004.

12. HaziriServet, OysteinDyngvold Development of simulation model for virtual testing and design of a riser tensioner system: Master Thesis. University of Arder, 2011, 107p.

13. Janschek K., Richmond K. Mechatronic systems design. Heidelberg: Springer, 2012. 805p.

14. AmBrSoft Tangent lines between two circles calculator. 2019. URL: http://www.ambrsoft.com/TrigoCalc/Circles2/Circles2Tangent_.htm.

15. Eric W. Weisstein Point-Line Distance 3-Dimensional. URL: <http://mathworld.wolfram.com/Point-LineDistance3-Dimensional.html>.

16. Vekeryk V. I. Vplyv parametriv burovoi ustanovky na dynamiku roboty burylnoho instrumentu. *Naftova i hazova promyslovist*. 1992. No 2. P. 31–35. (in Ukrainian)

17. Vekeryk V. I. Sovershenstvovanie tekhnolohii uhlublenija skvazhyn izmeneniem dinamyki raboty burylnoho instrumenta: dys. ... d-ra tekhn. nauk. Ivano-Frankovskiy instytut nefti i haza. Ivano-Frankovsk, 1991. 749 p. (in Russian)

18. Slabyi O. O. Pobudova matematychnoi modeli mekhanizmiv ziednannia vodoviddilnoi kolony z plavuchoiu burovoiu ustanovkoiu. *11-y Mizhnarodnyi sympozium ukrainskykh inzheneriv-mekhanikiv u Lvovi*. Lviv, Ukraina: KINPATRI LTD, 15-17 travnia. P. 85–86. (in Ukrainian)

19. Slabyi O. O. Doslidzhennia roboty kompensatora vertykalnykh peremishchen burylnoi kolony iz aktyvnoiu pidsystemoiu zamknenoho tsyklu. *Rozvidka ta rozrobka naftovykh i hazovykh rodovyshch*. 2015. No 4(57). P. 27–35. (in Ukrainian)