НАФТОГАЗОПРОМИСЛОВЕ ОБЛАДНАННЯ

УДК 519.876.5

РОЗРОБКА СИСТЕМИ ОЦІНКИ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛОПАТЕЙ ОСЬОВОГО КОМПРЕСОРА ГАЗОПЕРЕКАЧУВАЛЬНОГО АГРЕГАТУ

А.П. Олійник

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 48000,
e-mail: andrij-olijnyk@rambler.ru

Запропоновано систему оцінки аеродинамічних характеристик лопатей основного компресора газоперекачувального агрегату. Проведено вибір системи координат, створено математичну модель процесу обтікання, записано інтегральне рівняння Фредгольма ІІ роду для визначення дотичної компоненти швидкості потоку, запропоновано метод його чисельного розв'язку, створено відповідне програмне забезпечення. Проведено тестові розрахунки для модельних еліптичних профілів під різними кутами атак та виявлено добре узгодження з даними про розрахунки за іншими моделями. Вказуються області подальшого використання методики.

Ключові слова: лопать, обтікання профілю, інтегральне рівняння Фредгольма, чисельний метод, аеродинамічні коефіцієнти.

Предлагается система оценки аэродинамических характеристик лопаток осевого компрессора газоперекачивающего агрегата. Выбрана система координат, создана математическая модель процесса обтекания, записано уравнение Фредгольма ІІ рода для определения касательной составляющей скорости потока, предложен метод численного решения, создано соответствующее программное обеспечение. Проведены тестовые расчеты для модельных эллиптических профилей под разными углами атаки и установлено хорошее совпадение результатов с данными о расчетах по другим моделям. Указаны дальнейшего применения методики.

Ключові слова: лопасть, обтекание профиля, интегральное уравнение Фредгольма, численный метод, аэродинамические коэффициенты.

The gas-pump unit axial flow compressor vane's aerodynamic characteristics estimation system is suggested. The coordinate system choosing was made, the flowing around profile mathematical model is given, the integral equation of the second type were given to estimate the flow velocity tangential component, the numerical method of one's solution is given, the corresponding software was made. The testing calculations for the modeling elliptical profile under the different angle of attack, the good correlation between the results of different method of calculation was showed. The areas of the future using of method was determined.

Keywords: vane, gas flow, integral equation, numerical method, aerodynamic coefficients.

При аналізі причин експлуатаційних відмов газоперекачувальних агрегатів встановлено, що 25% таких подій відбувається внаслідок ушкоджень лопатей основних компресорів [1]. Тому оцінка реального технічного стану вказаних об'єктів, а також оцінка реальних аеродинамічних характеристик лопатей, що експлуатуються тривалий час, залишається актуальним науково-технічним завданням. Як правило, контроль елементів конструкції газоперекачувальних агрегатів (ГПА) здійснюється з використанням методів візуального контролю. При цьому практично не використовуються методи прямого аеродинамічного розрахунку профілів[2,3], хоча вони дозволяють не тільки розрахувати компоненти швидкості, але і всі існуючі аеродинамічні характеристики профілів лопатей. В пропонованій роботі представлено математичну модель процесу обтікання та розрахунковий алгоритм контролю аеродинамічних характеристик лопатей з урахуванням зміни їх геометрії в процесі експлуатації, що обумовлюється зношенням матеріалу.

Задача оцінки аеродинамічних характеристик вирішується у такий спосіб.

1. Вибір системи координат

З профілем лопаті пов'язується система координат, в якій параметричне подання профілю лопаті задається наступним чином:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\theta = \cos^2\frac{\theta}{2} \\ y = f(\theta) \end{cases}$$

$$0 \le \theta \le 2\pi . \qquad (1)$$

Функція $f(\theta)$ задає геометричну конфігурацію профілю лопаті, вона може бути задана як аналітично (еліпс, фрагменти кола, параболи тощо), так із використанням певних інтерполяційних процедур у тому випадку, коли профіль лопаті задається координатами певного набору точок на поверхні лопаті (θ_i, y_i). Вибір системи координат у вигляді (1) дає змогу отримати однозначне відображення між кутом θ та точками на поверхні лопаті, що є важливим моментом при чисельному розв'язку задачі.

2. Інтегральне рівняння Фредгольма II роду для обчислення дотичної компоненти швидкості газового потоку на поверхні профілю.

При виведенні інтегрального рівняння використовується відома з курсу математичного синтезу формула Гріна [4]:

$$\iiint_G (u\Delta v - v\Delta u)d\tau = \iint_\Sigma (u\frac{\partial v}{\partial n} - v\frac{\partial u}{\partial n})d\Sigma, \qquad (2)$$

де: u ,v – деякі двічі неперервно диференційовані функції; G, та Σ – відповідно тривимірна область та поверхня, що її обмежує; Δv – оператор Лапласа в обраній системі координат; $\frac{\partial u}{\partial n}$ – нормальна похідна відповідної функції, яка визначається так:

$$\frac{\partial f}{\partial n} = \nabla f \cdot \vec{n}, \qquad (3)$$

де: ∇f – оператор градієнта функції f; $\vec{n}$ – нормаль до відповідної поверхні.

Інтегральне рівняння Фредгольма II роду встановлюється з використанням формули (2), при цьому функції u та v вибираються наступним чином:

а) $u = \varphi$, де φ – потенціал потоку [5], функція, що володіє властивістю:

$$\vec{V} = \nabla\varphi, \qquad (4)$$

де: $\vec{V}$ – вектор швидкості, ∇ – оператор градієнта.

В декартовій системі координат залежність (4) надається у вигляді:

$$\vec{V} = (u, v, w) = (\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \frac{\partial\varphi}{\partial y}; \frac{\partial\varphi}{\partial z}). \qquad (5)$$

б) $$v = \frac{1}{|\vec{r}|},$$

де $|\vec{r}| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$ – відстань між двома точками, а $\vec{r}$ – вектор переміщення від точки $M(x; y; z)$ до точки $M_0(x_0; y_0; z_0)$.

З курсу гідромеханіки відомо, що φ – гармонічна функція, для якої за означенням виконується рівняння Лапласа:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0, \qquad (6)$$

причому рівняння (6) може бути записане в різних системах координат. Крім того, прямою перевіркою виконання умови (6) встановлюється, що функція $\frac{1}{|\vec{r}|}$ також задовольняє умові (6).

Застосовуючи формулу Гріна (2) до функцій φ та $\frac{1}{|\vec{r}|}$ та проводячи перехід до контурних інтегралів з урахуванням співвідношень (6) для вказаних функцій, можна одержати інтегральне рівняння Фредгольма II роду відносно дотичної до поверхні профілю лопаті компоненти швидкості газового потоку [3, 7]:

$$V_\theta(\theta_0) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} V_\theta(\theta)K(\theta;\theta_0)d\theta + 2\frac{\partial\phi}{\partial\theta}(\theta_0), \qquad (7)$$

де $V_\theta = \frac{\partial\varphi}{\partial\theta}; K(\theta;\theta_0)$ – ядро інтегрального рівняння, яке записується у вигляді:

$$K(\theta,\theta_0) = \qquad (8)$$

$$= \frac{[y(\theta) - y(\theta_0)]x'(\theta_0) - [x(\theta) - x(\theta_0)]y'(\theta_0)}{(x(\theta) - x(\theta_0))^2 + (y(\theta) - y(\theta_0))^2},$$

де $x(\theta); x(\theta_0); y(\theta); y(\theta_0)$ – обчислені у відповідних точках за формулами (1) компоненти ;

$$\phi(\theta_0) = V_\infty(x(\theta_0)\cos\alpha + y(\theta_0)\sin\alpha), \qquad (9)$$

де: V_∞ – швидкість газового потоку, що обтікає лопать, в зоні незбуреного потоку на достатньо великій відстані від неї; α – кут атаки профілю (кут між віссю профілю та напрямком газового потоку). При розв'язанні практичних задач в допущенні про стаціонарність газового потоку приймається умова виконання постулату Чаплигіна-Жуковського: $V_\theta(0) = V_\theta(2\pi) = 0$, величина V_∞ приймається рівною 1, тобто, всі одержані числові результати масштабовані за швидкістю потоку, що набігає на лопать. Визначення шляхом розв'язання рівняння (7) дотичної компоненти V_θ є достатнім для оцінки всіх аеродинамічних характеристик, оскільки компонента V_θ повністю визначає вектор швидкості $\vec{V}$ через ту обставину, що нормальна до поверхні лопаті компонента швидкості газового потоку дорівнює нулю (умова непротікання рідини через поверхню профілю). З математичної точки зору суттєвим моментом є те, що тривимірна задача аеродинаміки зводиться до одновимірної. Після визначення V_θ обчислюється фізична компонента швидкості [5]:

$$U_\theta = \frac{V_\theta}{\sqrt{x'(\theta)^2 + y'(\theta)^2}}. \quad (10)$$

Після того обчислюються наступні аеродинамічні характеристики:

коефіцієнт тиску $C_p(\theta)$:

$$C_p(\theta) = 1 - \frac{V_\theta(\theta)^2}{x'(\theta)^2 + y'(\theta)^2} = 1 - U_\theta^2; \quad (11)$$

коефіцієнт підіймальної сили:

$$C_y = \int_0^{2\pi} C_p(\theta)x'(\theta)d\theta; \quad (12)$$

коефіцієнт індуктивного опору:

$$C_x = -\int_0^{2\pi} C_p(\theta)y'(\theta)d\theta; \quad (13)$$

коефіцієнт моменту відносно попередньої кромки профілю:

$$C_{m_z} = \int_0^{2\pi} C_p(\theta)x(\theta)x'(\theta)d\theta + \int_0^{2\pi} C_p(\theta)y(\theta)y'(\theta)d\theta. \quad (14)$$

3. Алгоритм чисельного розв'язку задачі.

З метою чисельного розв'язання задачі до інтегрального рівняння (7) застосовується формула трапецій [6] для чисельного розрахунку інтегралу на розбитті за координатою:

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{2N};$$

$$\theta_i = \Delta\theta(i-1), i = 1,2,\ldots,2N+1.$$

З урахуванням виконання постулату Чаплигіна-Жуковського $V_\theta(\theta_1) = V_\theta(\theta_{2N+1}) = 0$ одержується система лінійних алгебраїчних рівнянь[6]:

$$V_\theta(\theta_j) = \frac{1}{N}\sum_{i=2}^{2N} V_\theta(\theta_i)K(\theta_i,\theta_j) + 2\frac{\partial\phi}{\partial\theta}(\theta_i) \quad (15)$$

$$j = 2,3,\ldots,2N,$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = V_\infty(x'(\theta)\cos\alpha + y'(\theta)\sin\alpha). \quad (16)$$

Ядра інтегральних рівнянь розраховуються за формулами:

$$K(\theta_i,\theta_j) = K_{ij} = \frac{(y_i - y_j)x'_j - (x_i - x_j)y'_j}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad i \neq j; \quad (17)$$

$$K(\theta_i,\theta_i) = K_{ii} = \frac{1}{2}\frac{x'_i y''_i - y'_i x''_i}{(x'_i)^2 + (y'_i)^2}, i = j. \quad (18)$$

Слід зазначити, що формула (18) одержується з формули (17) застосуванням до останньої правила Лопіталя за умови $\theta_i = \theta_j$. Крім того, існування єдиного розв'язку системи (15) контролюється перевіркою умови нерівності нулю визначника матриці цієї системи, що дозволяє використати при побудові компонентів матриці системи (15) саме формули (17)-(18) (на відміну від підходу, прийнятого в [7], згідно з яким встановлюються додаткові умови на ядра інтегрального рівняння (7), пов'язані з існуванням та єдиності розв'язку). Оскільки система (15) за достатньо малих кроків розбиття при переході від (7) до (15) як завгодно точно наближає значення інтегралу в (7), то існування нетривіального розв'язку гарантує виконання умови нерівності нулю визначника системи (15). Розрахункові формули (10)-(14) записуються з використанням формул чисельного розрахунку інтегралів та встановлених раніше співвідношень (1), які задають геометрію профілю:

$$C_p(\theta_i) = 1 - \frac{V_\theta(\theta_i)^2}{x'(\theta_i)^2 + y'(\theta_i)^2}, \quad (19)$$

$$C_x = -\sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i)y'(\theta_i)\frac{\pi}{N}, \quad (20)$$

$$C_y = -\sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i)\frac{1}{2}\sin\theta_i\frac{\pi}{N}, \quad (21)$$

$$C_{mz} = \sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i)x(\theta_i)x'(\theta_i)\frac{\pi}{N} + \sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i)y(\theta_i)y'(\theta_i)\frac{\pi}{N}. \quad (22)$$

Для розрахунків значення числа $\pi = 3.14159265358$.

4. Результати тестових розрахунків.

З метою практичної реалізації наведеної математичної моделі проведено тестові розрахунки для еліптичних профілів з різним ексцентриситетом. Розроблено алгоритм розв'язання інтегрального рівняння, який базується на використанні для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь методу Гауса з вибором головного елемента по стовпчиках для $N = 23$ та $N = 47$ розрахункових точок по лопаті. При цьому подання (1) записується у вигляді:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\theta \\ \begin{cases} y = \varepsilon_1 \sin\theta \\ y = \varepsilon_2 \sin\theta \end{cases} \end{cases}. \quad (23)$$

В поданні (23) передбачається, що форма профілю лопаті може бути різною на верхній та нижній поверхнях лопаті, тому значення ε_1 приймається для значень $0 \le \theta \le \pi$, в той час як значення ε_2 – при $\pi \le \theta \le 2\pi$. Якщо розглядається еліптичний профіль, то $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$. Результати розрахунків для значень $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.08 \div 0.2, N = 23, N = 47$ показали практично точне співпадання з результатами розрахунків за методом дискретних вихорів [2] та методом комфортного відображення [8] при різних значеннях кута атаки: $\alpha = 0 \div 10^\circ$. Крім того, для значення кута атаки $\alpha = 0$ одержано відомий теоретичний результат: $C_y = C_{mz} = 0$ для еліптичного профілю ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$). Таким чином, доведено коректність обчислювальної процедури та можливість використання відповідного програмного забезпечення для розрахунку аеродинамічних характеристик лопатей осьового компресора газоперекачувальних агрегатів, які тривалий час перебувають в експлуатації. Вивчено можливість використання розробленої моделі для оцінки аеродинамічних характеристик ділянок трубопроводів, що експлуатуються тривалий час в складних гірських умовах. З цією метою в формулах (23), які одержуються для повністю еліптичного профілю, що подається у вигляді

$$\frac{y^2}{\varepsilon_1^2} + \frac{(x-0.5)^2}{0.5^2} = 1 \,, \qquad (24)$$

приймається $\varepsilon_1 = 0.5$, що відповідає колу радіуса 0.5, після чого за одержаними характеристиками (19)-(22) можна уточнити відповідні коефіцієнти, що використовуються під час розрахунку трубопроводів на вітрові навантаження [1], а також визначити, як на вказані характеристики впливає зміна конфігурації профілю.

Подальші дослідження можуть бути продовжені в плані розробки методів визначення координат відповідних деформованих профілів та вибору методів апроксимації (інтерполяції) цих профілів.

Література

1 Трубопровідний транспорт газу / [М.П.Ковалко, В.Я.Грудз, Б.В.Михалків та ін.]; за ред. М.П.Ковалка. – Київ: Агенство з раціонального використання енергії та екології, 2002. – 600 с.

2 Математическое моделирование плоскопаралельного отрывного обтекания тел. / С.М. Белоцерковский, В.Н. Котовский, М.И. Ништ, Р.М. Федоров; под ред. С.М. Белоцерковского. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988 – 232 с.

3 Флетчер К.Численные методы на основе метода Галеркина. / К.Флетчер. – М.: Мир, 1988 – 352 с.

4 Зорич В.А. Математический анализ. / В.А.Зорич. – М.: Наука,1981,1984 – ТТ. 1, 2 – 1084 с.

5 Седов Л.И. Механика сплошных сред / Л.И.Седов. – М.: Наука, 1984. – Т. 2. – 574 с.

6 Самарский А.А. Численные методы / А.А.Самарский, А.В.Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

7 Шкадов В.Я. Применение численных методов к расчету аэродинамики элементов летательных аппаратов / [В.Я. Шкадов, А.А. Зайцев, А.М. Комаров и др.]: Отчет механико-математического факультета МГУ. – 1983. – №3. – 87 с.

8 Лаврентьев М.А. Методы функции комплексного переменного. / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – 5-е изд., испр. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 688 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 05.05.11

Рекомендована до друку професором ***Л.М. Заміховським***