

ВПЛИВ ФОРМИ І РОЗМІРУ ДЕФЕКТУ НА РОЗПОДІЛ ЕНЕРГІЇ УЛЬТРАЗВУКОВОЇ ВІДБИТОЇ ХВИЛІ ПРИ КОНТРОЛІ НАФТОПРОМИСЛОВОГО ОБЛАДНАННЯ

А.О. Бедзир, І.З. Лютак

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422),
e-mail: bedzir@mail.ru

Забезпечення високої надійності експлуатації об'єктів нафтогазової промисловості є важливим науково-практичним завданням. Ультразвуковий контроль є найбільш поширеним видом неруйнівного контролю для об'єктів нафтогазотранспортної галузі.

Актуальним завданням є дослідження параметрів ультразвукового поля, створеного первинним перетворювачем, та його взаємодії з дефектами в матеріалі використовуваного обладнання, що дозволить збільшити ефективність його застосування для неруйнівного контролю.

Метою проведених досліджень є виявлення впливу взаємного розміщення ультразвукового первинного перетворювача та дефекту на відбитий луно-імпульс і можливість аналізу форми і розміру дефекту за розподілом енергії відбитої хвилі. Вирішене завдання моделювання коливань первинного перетворювача, проведено експерименти з визначення залежності розподілу енергії луно-імпульсу, відбитого від дефекту, в залежності від розміщення п'єзоперетворювача та проведено аналіз отриманих даних.

В результаті проведених досліджень встановлено, що розмір та форма відбивача мають вплив на криву розподілу відбитих енергій. Запропоновано новий підхід для визначення розміру дефекту за рахунок аналізу отриманих кривих, де основною характеристикою є розподіл енергії в залежності від кута між віссю первинного перетворювача і дефектом.

Ключові слова: ультразвук, п'єзоперетворювач, енергія хвилі, тип дефекту.

Обеспечение высокой надежности эксплуатации объектов нефтегазовой промышленности является важной научно-практической задачей. Ультразвуковой контроль является наиболее распространенным видом неразрушающего контроля для объектов нефтегазотранспортной отрасли.

Актуальной задачей является исследование параметров ультразвукового поля, созданного первичным преобразователем, и его взаимодействия с дефектами в материале используемого оборудования, что позволит увеличить эффективность его применения для неразрушающего контроля.

Целью проведенных исследований является выявление влияния взаимного размещения ультразвукового первичного преобразователя и дефекта на отраженный эхо-импульс и возможность анализа формы и размера дефекта по распределению энергии отраженной волны. Решена задача моделирования колебаний первичного преобразователя, проведены эксперименты по определению зависимости распределения энергии эхо-импульса отраженного от дефекта, в зависимости от размещения пьезопреобразователя и проведен анализ полученных данных.

В результате проведенных исследований установлено, что размер и форма отражателя влияют на кривую распределения отраженных энергий. Предложен новый подход для определения размера дефекта за счет анализа полученных кривых, где основной характеристикой является распределение энергии в зависимости от угла между осью первичного преобразователя и дефектом.

Ключевые слова: ультразвук, пьезопреобразователь, энергия волны, тип дефекта.

Ensuring high reliability of operation facilities of oil and gas industry is one of the important scientific and practical problem. Ultrasound monitoring is the most common type of non-destructive testing method for oil and gas transportation network.

The acute problem is to investigate the parameters of ultrasonic field, which is created by the primary sensor, and its interaction with the defects in the material of the equipment that will enable us to increase the efficiency of its use for nondestructive testing.

The purpose of the research is to identify the impact of relative positions of the ultrasonic transducer and the defect on the reflected echo-pulse and the analysis of form and size of the defect by the reflected waves energy distribution. The task of modeling fluctuation of primary sensor has been solved. The experiments have been made for determining the dependence of energy distribution of echo-pulse, reflected from the defect, due to the piezoelectric transducer location and the analysis of obtained data has been made.

As a result of conducted researches it was defined that the size and shape of the reflector have an impact on the curves of the reflected energy distribution. A new approach for determining the size of the defect by using the analysis of the obtained curves, where the main characteristic is the distribution of energy depending on the angle between the axis of the transducer and the defect is suggested.

Key words: ultrasound, ultrasonic transducer, wave energy, type of the defect.

Ультразвуковий контроль є найбільш поширеним видом неруйнівного контролю об'єктів нафтогазотранспортної галузі. Дослідження параметрів ультразвукового поля, створеного первинним перетворювачем (ПП), до-

зволить збільшити ефективність його застосування для контролю наявності дефектів в матеріалі використовуваного обладнання.

Групою науковців на чолі із Стефеном було розроблено масив ультразвукових первин-

них перетворювачів, об'єднаних в одному корпусі, для виявлення місць несучільності металу [1]. Для обробки сигналів від масиву ПП ними було запропоновано використати взаємну кореляцію сигналів. Такий підхід розроблений під визначену форму та місце досліджуваного дефекта, що не дає можливості застосовувати його для виявлення дефектів в стінках трубопроводів різного діаметра. Інші дослідження ультразвукових ПП базуються на моделі чутливого елемента (ЧЕ) як сфокусованої лінзи в осесиметричному режимі його роботи [2]. Недоліком такої моделі є те, що враховуються параметри моделі із похибкою 16 %, що є недостатнім для контролю дефектів. Порівняння моделі чутливого елемента із деградованими в часі параметрами та ідеалізованими здійснено рядом науковців на чолі із Монтелігом [3]. Представлений в ній підхід дозволяє враховувати зміну параметрів коливань ЧЕ ультразвукового ПП в часі. Недоліком цієї роботи є те, що не розглядається питання закріплення чутливого елемента, що вносить суттєві зміни у форму кривої деградації параметрів коливань ЧЕ, тому не може бути застосованою в практиці контролю дефектів в стінках трубопроводів.

Враховуючи проведений аналіз, встановлено необхідність проведення досліджень з метою виявлення впливу взаємного розміщення ультразвукового первинного перетворювача та дефекту на відбитий луно-імпульс і можливість аналізу форми і розміру дефекту за розподілом енергії відбитої хвилі. В статті розглядається розподіл енергії відбитого від дефекту сигналу в залежності від взаємного розміщення первинного перетворювача і дефекту.

Для визначення точних параметрів луно-імпульсу ультразвукового сигналу, отриманого від зразка, необхідно враховувати форму діаграми спрямованості первинного перетворювача. Діаграма спрямованості первинного перетворювача для чутливого елемента ЦТС-4 в циліндричній системі координат z, r, θ залежить від геометричних розмірів та фізико-механічних властивостей п'єзопластини. Дані параметри приймемо такими:

циліндр радіусом $r_a = 5$ мм, висотою $h = 2$ мм;

густина матеріалу первинного перетворювача $\rho = 7500$ кг/м³;

модуль Юнга матеріалу перетворювача $E = 8 \cdot 10^{10}$ Па та коефіцієнт Пуасона $\nu = 0,33$;

чутливий елемент закріплений на бічній поверхні, зміщення паралельні осі $u(x, y) = 0$, моменти згину та кручення дорівнюють нулю, тобто $\partial^2 u / \partial \theta^2 = 0$.

Діаграму спрямованості можна отримати шляхом обчислення форми коливання поверхні чутливого елемента. Коливання диску чутливого елемента, затисненого з двох боків, опишемо зміщенням його поверхні $u(r, \theta)$ так [4]:

$$u(r, \theta) = \sum_{m=0}^M (A_m J_m(kr) + C_m I_m(kr)) \cos(m\theta), \quad (1)$$

де: $k^2 = \frac{\omega}{h} \sqrt{\frac{3\rho(1-\nu^2)}{E}}$; A_m, C_m – відповідно

амплітуди коливань по радіусу r та осі z ; J_m – функція Бесселя першого роду порядку m ; I_m – модифікована функція Бесселя першого роду порядку m ; M – кількість типів коливань, що аналізуються; ω – кутова частота коливань чутливого елемента.

Для розв'язку (1) знайдемо резонансну частоту коливань чутливого елемента із такого рівняння [5,6]:

$$\frac{J_{n+1}(\pi\beta_{mn})}{J_n(\pi\beta_{mn})} + \frac{I_{n+1}(\pi\beta_{mn})}{I_n(\pi\beta_{mn})} = \frac{2\pi\beta_{mn}}{1-\nu}, \quad (2)$$

де: n – кількість поділів чутливого елемента по периметру; m – кількість поділів чутливого елемента по товщині; β_{mn} – змінна, що описує коливання чутливого елемента по частоті.

Рівняння (2) розв'язується числовим методом поділу відрізка навпіл. Як розв'язок знаходимо змінну β_{mn} . За відомим розв'язком (2) знаходимо частоту власних коливань чутливого елемента f_{mn} [4]:

$$f_{mn} = \frac{\pi h}{2r_a^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\nu^2)}} \beta_{mn}. \quad (3)$$

Амплітуди коливань визначаються із такої залежності:

$$C_m = -A_m \frac{J_m(kr)}{I_m(kr)}. \quad (4)$$

Для обчислення амплітуди коливань, що визначається коефіцієнтом рівняння (1) C_m , необхідно задати значення A_m .

Отримані значення частоти використовуємо в співвідношенні (1), за допомогою якого моделюємо коливання поверхні чутливого елемента. Для отримання розв'язку рівнянь (1)-(4) скористаємось методом скінченних елементів.

На рис. 1 зображено одну з мод коливання поверхні чутливого елемента в процесі його роботи. Як можна побачити з рисунка, зона коливань поверхні ЧЕ зосереджена на краях. Подальший аналіз взаємодії ультразвукової хвилі і коливань чутливого елемента дозволяє визначити, які компоненти вектора зміщення елемента об'єму ультразвукової хвилі найбільше

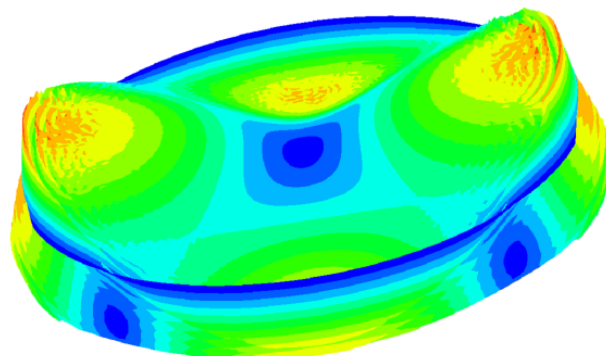
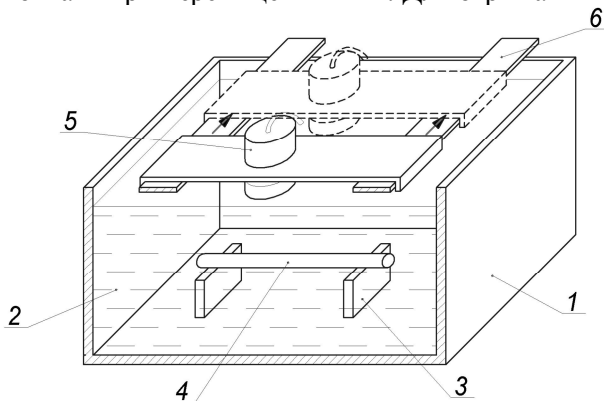


Рисунок 1 – Коливання поверхні чутливого елемента в процесі його роботи

змушуватимуть коливатись чутливий елемент на визначеній частоті. Це пояснюється тим, що вектор коливань елементарного об'єму ультразвукової хвилі формується формою досліджуваного відбивача та взаємним розміщенням первинного перетворювача та відбивача. Представлений підхід дозволяє більш точно визначати форму відбивача.

Аналіз моделювання коливань ПП дозволяє висунути гіпотезу, що взаємодія коливань, створених п'єзоелементом, в різних точках ультразвукового поля з дефектом, буде різною. Оскільки ультразвукове поле є неоднорідне і змінюється нелінійно, то характер взаємодії з дефектами різної величини також буде різний. Для підтвердження даної гіпотези було проведено експериментальні дослідження, які полягали в фіксації відбитих від дефекту сигналів у різних точках ультразвукового поля. На величину відбитої енергії мають вплив відстань від давача до дефекту, їх взаємне розміщення (залежно від цього дефект потрапляє до різних зон діаграми спрямованості), величина і форма дефекту. В зв'язку з цим, аналіз багатofакторного експерименту значно ускладнюється. Для зменшення кількості чинників які впливають на результати, імітатори дефекту (ІД) завжди розміщувались на однаковій глибині. Це дозволило аналізувати результати для однакових зон діаграми спрямованості ПЕП за різних розмірів ІД.

Схему дослідної установки зображено на рис. 2. Ванна 1 наповнювалась водою, яка є середовищем для поширення ультразвукових коливань. Рідке середовище було вибрано з міркувань забезпечення стабільного акустичного контакту для введення ультразвукових хвиль, та дозволяє розміщувати імітатор дефекту будь-якої форми на потрібній відстані. Для контролю використовувався прямий п'єзoeлектричний перетворювач (ПЕП). Дефекти імітувались за допомогою металевих відбивачів циліндричної форми 4 різного діаметру, які розміщувались на стійках 3. Ультразвуковий первинний перетворювач 5 занурюється у воду на глибину 3 мм, що забезпечує випромінювання стабільного сигналу і не втрачати акустичний контакт при переміщенні ПЕП. Для отримання



1 – ванна; 2 – вода; 3 – стійки; 4 – відбивач; 5 – п'єзопервинний перетворювач; 6 – рейки

Рисунки 2 – Схема проведення експерименту

відбитого сигналу у різних зонах ультразвукового поля первинного перетворювача (рис. 3) він переміщувався по рейках 6, на яких нанесено міліметрові насічки. Переміщення здійснювалися вручну з кроком 1 мм. На кожному етапі фіксувався ультразвуковий сигнал, відбитий від дефекту.

Як вторинний прилад використовувався дефектоскоп УД4-Т. Дослідження проводились на частоті 2,5 МГц прямим суміщеним давачем П111-2.5-К12-003. Діаметри циліндричних відбивачів становили 0,25 мм, 0,8 мм, 2,5 мм, та для порівняльного аналізу результатів – гвинт діаметром 10 мм.

Як видно з представленого рисунку, залежно від взаємного розміщення ПЕП і дефекту амплітуди сигналів суттєво відрізняються. При взаємному куті між віссю ПЕП і дефектом, що дорівнює 0,2 рад максимальна амплітуда сигналу дуже близька до шумів, що знижує точність визначення енергії саме від луно-сигналу. При положенні ПЕП над дефектом спостерігається максимальна амплітуда і правильна форма відбитого луно-імпульсу, що повторюють коливання ЧЕ які були обчислені вище.

Для отримання більш повної інформації про ультразвуковий імпульс було вирішено аналізувати його не тільки за амплітудою, але і за тривалістю. Енергія сигналу E визначалась як інтегральна характеристика всього сигналу, яка визначалась за такою формулою:

$$E = \int_{T_1}^{T_2} f(t) dt, \quad (5)$$

де: $f(t)$ - сигнал ультразвукової хвилі; T_1, T_2 - відповідно початок та кінець досліджуваного сигналу; t - час.

Інтегрування проводилось окремо для додатної та від'ємної складових луно-сигналу ультразвукової хвилі.

$$E = \int_{T_1}^{T_2} f^+(t) dt + \int_{T_1}^{T_2} |f^-(t)| dt, \quad (6)$$

де $f^+(t)$, $f^-(t)$ - відповідно додатна та від'ємна складова луно-сигналу ультразвукової хвилі.

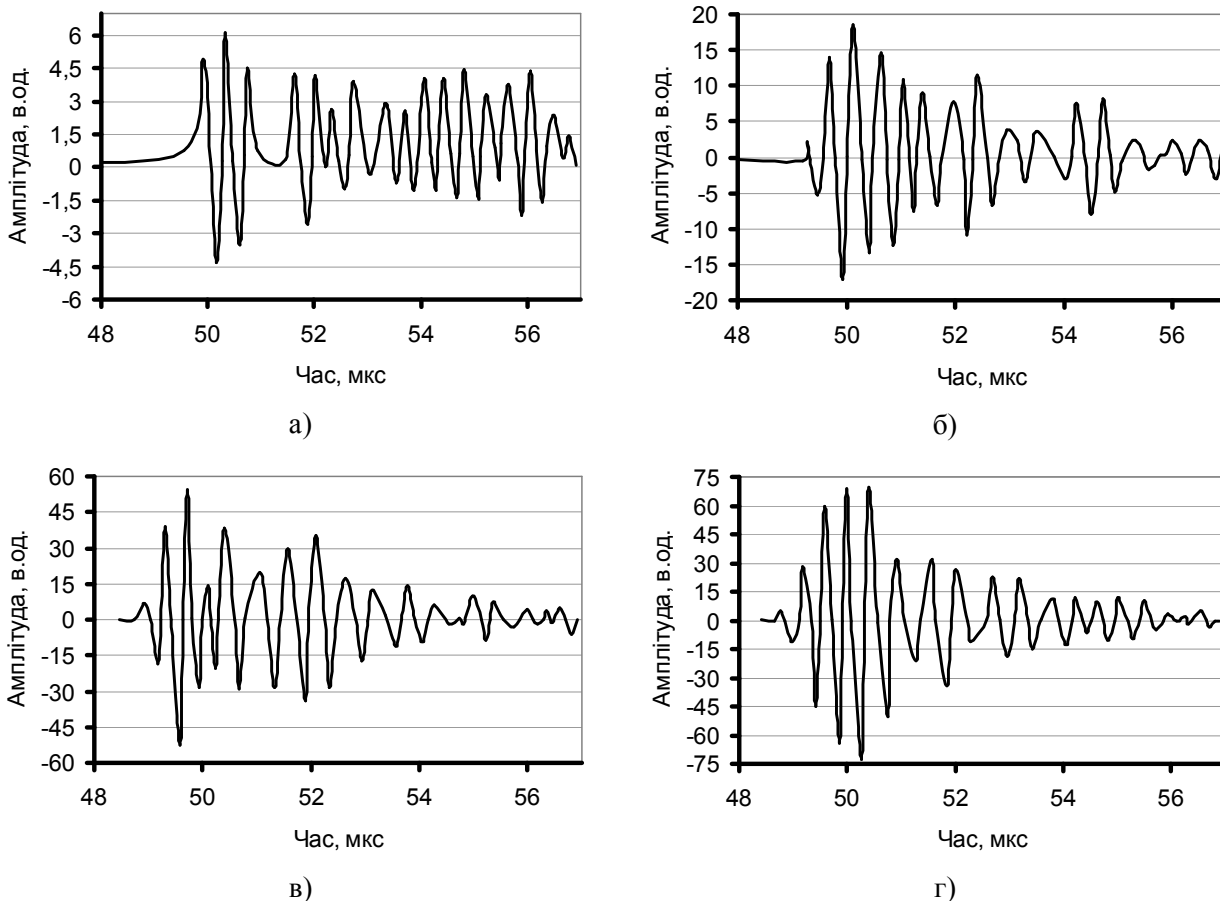
Сигнал отримано вторинним приладом та представлено у цифровому вигляді набором точок. Тому інтегрування (6) проводилось в дискретній формі (за правилом трапецій):

$$\int_{T_1}^{T_2} f^+(t) dt = \sum_{k=1}^K \sum_{n=2}^N \frac{A_k}{2} (f^+(t_n) + f^+(t_{n-1})),$$

$$\int_{T_1}^{T_2} |f^-(t)| dt = \sum_{k=1}^K \sum_{n=2}^N \frac{|A_k|}{2} (|f^-(t_n)| + |f^-(t_{n-1})|), \quad (7)$$

де: K - кількість дискретизованих відліків сигналу ультразвукової хвилі, N - кількість відрізків поділу одного дискретизованого значення, A_k - значення амплітуди сигналу у відліку дискретизації.

Значення сигналу ультразвукової хвилі, що отримані у період часу між відліками дискретизи-



а) – кут між віссю ПЕП і дефектом 0,15 рад, б) 0,1 рад, в) 0,05 рад, г) 0 рад
Рисунок 3 – Луно-сигнали ультразвукової хвилі від дефекту у формі циліндра розмірами 2.5 мм при різному місцеположенні ПЕП

зованого сигналу визначався шляхом апроксимації трьох відліків за квадратичним законом, (рис. 4):

$$f(t_n) = aA_k^2 + bA_k^2 + c, \quad (8)$$

де a, b, c – коефіцієнти параболи дискретизованого сигналу.

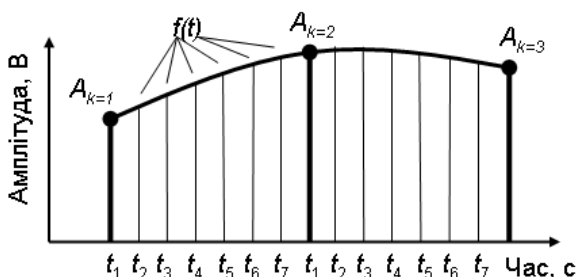


Рисунок 4 – Визначення амплітуди дискретного сигналу ультразвукової хвилі

Підхід поділу дискретизованого сигналу на відрізки за квадратичним законом збільшує точність визначення амплітуди дискретизованого сигналу. Коефіцієнти параболи апроксимації відліків сигналу можна обчислити відомими способами, наприклад, за рівняннями Крамера.

Визначимо вплив, який вносить на точність визначення тривалості періоду ультразву-

кового сигналу дискретизації T_2 . Відносна похибка від дискретизації сигналу δ_{TD} за один період коливальності буде такою:

$$\delta_{TD} = \Delta t_k / T = \Delta t_k f, \quad (9)$$

де: Δt - період дискретизації, T – тривалість одного періоду, f – частота сигналу.

Після застосування підходу апроксимації відносна похибка дискретизації зменшиться:

$$\delta_{TD} = (\Delta t_k f / N) + \Delta_a, \quad (10)$$

де Δ_a - похибка різниці амплітуд ультразвукового сигналу та результату обчислення параболи апроксимації відліків.

Оскільки ультразвуковий сигнал є гармонійним, то похибка Δ_a буде значно меншою, ніж відносна похибка дискретизації, і тому нею можна знехтувати. При поділі відрізка сигналу ультразвукової хвилі між точками дискретизації на 10 отримаємо збільшення точності дискретизації в десять разів. Це дає підстави застосувати мінімальну частоту дискретизації ультразвукового сигналу, визначеного згідно з теоремою Найквіста без значної втрати точності визначення енергії сигналу.

З рис. 4 можна побачити, що невірне визначення тривалості періоду внаслідок дискретизації впливає на точне визначення амплітуди

Таблиця 1 – Статистична обробка результатів лабораторних досліджень визначення енергії луно-імпульсу ультразвукового сигналу

Експеримент	Кут між віссю ПЕП і дефектом			
	0,15 рад	0,10 рад	0,05 рад	0,00 рад
Вимірювання 1	0,1009	0,4246	0,4935	0,5559
Вимірювання 2	0,0987	0,4143	0,4941	0,5608
Вимірювання 3	0,0991	0,4191	0,5071	0,5556
Вимірювання 4	0,0975	0,4128	0,4929	0,5624
Вимірювання 5	0,0986	0,4182	0,4941	0,5740
Математичне очікування	0,0990	0,4178	0,4963	0,5618
Дисперсія	1,58E-06	2,13E-05	3,67E-05	5,57E-05

сигналу (відлік $A_{k=3}$) при побудові апроксимаційного рівняння. Відносна похибка $\Delta E_{\Delta t}$ визначення енергії луно-сигналу ультразвукової хвилі буде такою:

$$\Delta E_{\Delta t} = \left| \frac{\partial E}{\partial t} \right| \Delta A_k = |aA_k^2 + bA_k + c| \Delta A_k, \quad (11)$$

де: ΔA_k - абсолютна похибка при дискретизації без врахування апроксимації сигналу функцією;

ΔA_k визначається як різниця амплітуд на двох суміжних кроках дискретизації луно-сигналу ультразвукової хвилі:

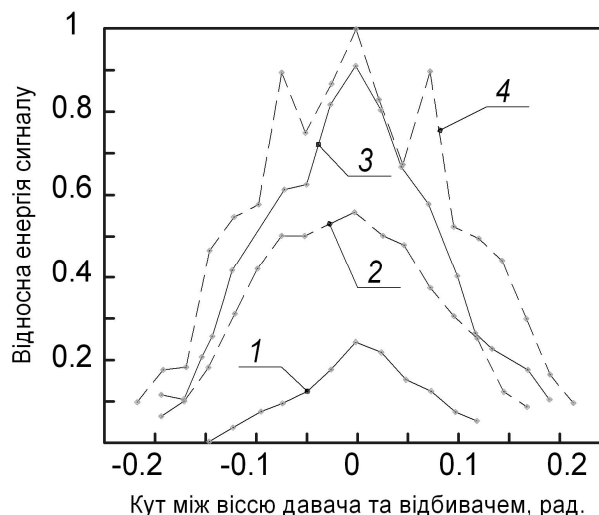
$$\Delta A_k = f(t_n + \Delta t) - f(t_n) = A_{k+1} - A_k. \quad (12)$$

Для зменшення похибки визначення енергії сигналу згідно з (11)-(12) необхідно зменшення часу дискретизації сигналу.

Для підвищення точності результатів проводилось 5 незалежних вимірювань для кожного імітатора дефекту. Під час кожного вимірювання проходили ПЕП всі точки, потім повертали його на вихідне положення і проводили наступне вимірювання. В таблиці 1 представлені результати розрахунку енергії в 4 точках, їх математичне очікування та середнє квадратичне відхилення.

На рис. 5 зображено отримані експериментальним шляхом графіки розподілу енергії відбитих сигналів залежно від кута між віссю первинного перетворювача і імітатора дефекту.

Як видно з графіків (рис. 5), максимум енергії сигналу спостерігається тоді, коли дефект знаходиться безпосередньо під первинним перетворювачем (кут 0°), що відповідає загальній теорії ультразвукового контролю. Спостерігається нерівномірне наростання енергії відбитого сигналу зі зменшенням кута, причому ця нерівномірність зростає зі збільшенням діаметра дефекту. Це пояснюється нерівномірністю розподілу ультразвукового поля в середовищі, найбільша енергія якого сконцентрована в межах акустичної осі. З графіків 2–3 видно, що наростання енергії для різних дефектів починає суттєво змінюватись за кутів, менших 0,1 рад. Не так чітко такий самий ефект видно на 1-му графіку для дефекта діаметром 0,1 мм за кутів до 0,05 рад., що пояснюється малими розмірами дефекту, які співмірні з довжиною хвилі.

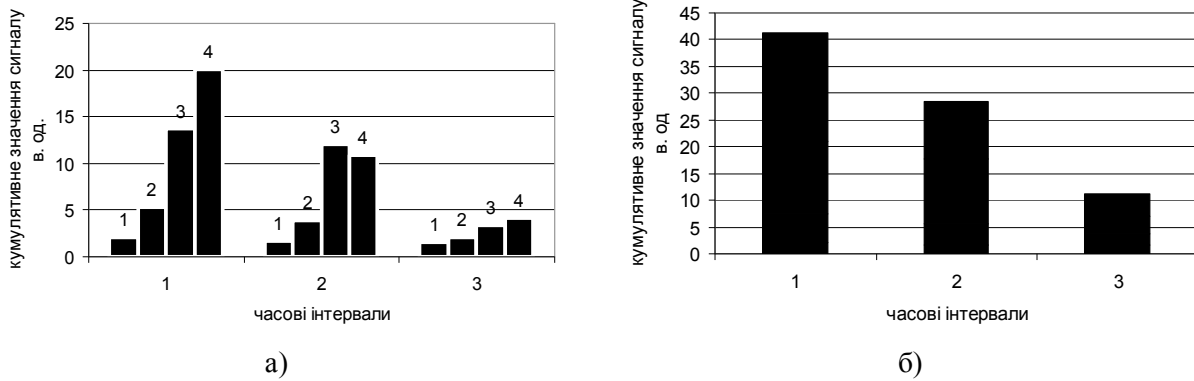


- 1 – циліндричний дефект діаметром 0,25 мм;
- 2 – циліндричний дефект діаметром 0,8 мм;
- 3 – циліндричний дефект діаметром 2,5 мм;
- 4 – дефект нециліндричної форми з гострими кінцями еквівалентного розміру 10 мм

Рисунок 5 – Залежність відносної енергії відбитого сигналу від кута між віссю давача та імітатором дефекту

На 4-му графіку зображено залежність розподілу енергій для дефекту нециліндричної форми, який моделювався гвинтом М10. Графік розподілу енергії має провали за кутів 0,05 рад. Оскільки вони є симетричними відносно нуля, то можна вважати що ці результати не є похибкою експерименту. Це можна пояснити специфічною формою відбивача, що має гострі краї (різьбу). Це вказує на вплив форми дефекту на розподіл енергії.

Для визначення залежності параметрів коливальних чутливого елемента від взаємного розміщення ПЕП і дефекту побудовано діаграми аналізу сигналу за часовими інтервалами (рис. 6). Як видно з рисунку 6 а, зберігається закономірність форми сигналу залежно від розміщення ПЕП відносно дефекту, що дозволяє використовувати для аналізу як перший луноімпульс, так і сигнал, що йде за луноімпульсом. Амплітуда сигналів другого інтервалу часу є значною порівняно з амплітудою першого луноімпульсу, тому аналіз сигналу цієї часової ділянки збільшуватиме точність загальних ре-



1,2,3,4 – номери графіків з рис. 3
 а) – аналіз інтервалів часу окремо для кожного з графіків рисунку 3;
 б) – результуючий аналіз інтервалів часу

Рисунок 6 – Аналіз параметрів луно-сигналу ультразвукової хвилі за часовими інтервалами

зультатів. З рисунку 6б ми бачимо, що сигнал в часі зменшується в амплітуді за вибраними інтервалами часу згідно законів акустики поширення хвиль в середовищі. Це свідчить, що на сигнал не впливають додаткові коливання чутливого елемента ПЕП, які могли б вносити похибку в інтерпритацію результатів.

Аналізуючи результати, отримані при проведенні експерименту, можна говорити, що розмір та форма відбивача здійснюють вплив на криву розподілу відбитих енергій. Таким чином, пропонується новий підхід до визначення розміру дефекту шляхом аналізу цих кривих. Проводячи розрахунок не за піковим значенням амплітуди, а за цілим комплексом значень, можна добитись підвищення точності методу. Також можна відмовитись від використання зразків для налаштування бракувального рівня дефектоскопа при кожному вимірюванні, адже в запропонованому методі основною характеристикою є не рівень відбитого сигналу, а його розподіл залежно від кута між віссю первинного перетворювача і дефектом.

Висновок

Отримано числові дані енергії відбитих коливань в залежності від параметрів поля та форми і розміру відбивача, та встановлено, що енергія ультразвукового поля розподілена в досліджуваному матеріалі нерівномірно, що визначається взаємодією коливань з дефектом. Виявлено спад енергії сигналу у околі загального максимуму від відбивача із складної поверхнею, що дозволяє ідентифікувати форму дефектів. Встановлено, що сигнал луно-імпульсу ультразвукової хвилі можна аналізувати за декількома часовими інтервалами, що підвищує точність його обробки.

Завданням подальших досліджень є проведення експериментів з реальним обладнанням нафтогазового комплексу та розроблення методики оцінки розмірів і форми дефекту за розподілом енергії відбитої хвилі.

Література

- 1 Stephen D. An ultrasonic array sensor for spacecraft leak direction finding / Stephen D., R. Roberts, D.E. Chimentia and Jun Ho Song // Ultrasonics.- 2006.- Volume 45.- Issues 4.- p. 121-126.- doi:10.1016/j.ultras.2006.07.020.
- 2 Maréchal P. Lens-focused transducer modeling using an extended KLM model / P. Maréchal, F. Levassort, L. Tran-Huu-Huea and M.Lethiecqa // Ultrasonics.- 2007.- Volume 46.- Issue 2.- p. 155-167.- doi:10.1016/j.ultras.2007.01.006.
- 3 Montealegre W. Modeling of functionally graded piezoelectric ultrasonic transducers / W. Montealegre, F. Buiochia, J. C. Adamowskia and E. C. Nelli Silvaa // Ultrasonics.- 2009.- Volume 49. – Issues 5. – p. 484-494. – doi:10.1016/j.ultras.2009.01.001.
- 4 Ensminger D. Ultrasonics: Data, equations, and their practical uses. D. Ensminger, F. B. Stulen; – New York,: CRC Press, 2009. – 496 с. – ISBN 978-0-8247-5830-1.
- 5 Mechel F. P. Formulas of acoustic.; - New York,: Springer, 2008. – 1275 с. – ISBN 978-3-540-76832-6.
- 6 Leissa A. Vibration of shells.; – Ohio,: Acoustical Society of America, 1993. – 434 с. – ISBN: 1-56396-293-4.

Стаття надійшла до редакційної колегії
 21.03.11
 Рекомендована до друку професором
О.Є. Середюком