

# МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ДЕБІТІВ ГОРІЗОНТАЛЬНИХ СВЕРДЛОВИН ЗА РІЗНИХ ГІДРОГАЗОДИНАМІЧНИХ УМОВ

<sup>1</sup>*В.С.Бойко, <sup>2</sup>Р.В. Бойко*

<sup>1</sup>*ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 994196*

*e-mail: Boyko\_VS@ukr.net*

<sup>2</sup>*ГПУ „Львівгазвидобування” ДК „Укргазвидобування”, 79026, м. Львів, вул. І. Рубчака, 27,  
тел. 8(0322) 233664, e-mail: R\_Boyko@LGV.com.ua*

*Освещены разработанные авторами принципиальные подходы и эффективные методы расчета дебитов одной и многих горизонтальных скважин, находящихся в различных гидрогазодинамических условиях; результаты сопоставлены с решениями других авторов.*

*There have been illustrated developed by the authors the principal approaches and effective methods of flow rate calculation one or more horizontal wells under different hydrogasdynamic conditions; the results are compared with solutions another authors.*

Застосування горизонтальних свердловин на сьогодні є одним із нових і ефективних методів регулювання розробки нафтових і газових родовищ, що підтверджив промисловий досвід [1, 2, 3]. Дослідження припливу рідини (чи газу) до свердловини, яка довільно розміщена в однорідному або анізотропному пласті обмеженою товщиною (включно з переходом у горизонтальне положення), виконано рядом дослідників за різних просторових схематизацій потоку [4, 5, 6, 7, 8, 9]. У даній роботі висвітлюються розроблені авторами принципові підходи і ефективні методи розрахунку дебітів одної та багатьох горизонтальних свердловин, розміщених у горизонтальній площині і в різних ярусах, та в комбінації їх із існуючими вертикальними свердловинами для розробки і дорозробки родовищ в однорідних, просторо-анізотропних пористих і тріщинувато-пористих пластих різної форми (залежно від умов схематизації), у т. ч. із урахуванням аномальних властивостей флюїдів і гідродинамічної досконалості свердловини, а також зіставлено отримані результати із розв'язками інших авторів.

Нафтові і газові родовища в основному приурочені до пористих осадових порід, які характеризуються шаруватою будовою, а також просторовою анізотропією за проникністю вздовж трьох координатних осей. Припускаємо, що в круговому горизонтальному пласті з радіусом контуру живлення  $R_k$  розміщено горизонтальну свердловину довжиною  $L$ , радіусом  $r_c$  на відстані  $\delta$  від покрівлі пласта, товщина якого становить  $h$  (рис. 1). На поверхнях контуру живлення пласта і стінки свердловини задаємо відповідно постійні пластовий  $p_k$  і вибійний  $p_c$  тиски. Враховуючи напрямленість коефіцієнта проникності, розглядаємо продуктивний пласт анізотропним за проникністю вздовж вертикалі (впоперек шарів) та в горизонтальній площині (вздовж шарів). Припускаючи процес фільтрації усталеним, слід розв'язувати тривимірне рівняння (рівняння Лапласа в неканонічній формі з постійними коефіцієнтами) [4]

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

де:  $x, y, z$  – просторові координати анізотропного пласта, які співпадають з головними осями тензора проникності [10];  $k_x, k_y, k_z$  – коефіцієнти проникності пласта вздовж відповідних осей  $x, y, z$ ;  $p$  – тиск.

Внаслідок складності тривимірної задачі та з метою одержання простого практичного розв'язку застосовуємо спочатку метод фрагментів. Усю область фільтрації поділяємо на дві зони: зону плоского руху в горизонтальній площині від колового контуру живлення пласта (в круговому пласті) до еквівалентного прямоугольника (в просторі – паралелепіпеда) та зону плоского руху у вертикальній площині (всередині паралелепіпеда до свердловини в обмеженому прямоугольному пласті).

Оскільки горизонтальну свердловину можна розглядати гідродинамічно рівнозначною досконалій вертикальній тріщині однакової з нею довжини, то зону навколо свердловини подаємо прямоугольним паралелепіпедом, розміри якого становлять  $L$  і  $2l$  у горизонтальній площині та  $h$  – у вертикальній площині. Тоді приходимо до плоскої задачі фільтрації нафти в круговому пласті до прямоугольника зі сторонами  $L$  і  $2l$  (див. рис. 1, б), коли уже треба розв'язати двовимірне рівняння.

Замінююмо на площині такий прямоугольник еліпсом (у просторі – паралелепіпед замінюємо еліпсоподібною вертикальною свердловиною). Велику піввісь еліпса беремо рівною  $a = L/2$ , а малу піввісь  $b$  визначаємо з умови рівності площ прямоугольника і еліпса:  $L \cdot 2l = \pi ab$ , тобто  $b = 4l/\pi$ . Значить, маємо приплив в анізотропному пласті до еліпсоподібної свердловини з півосяями  $a_c$  і  $b_c$ . Приплив до еліпса є рівнозначним припливу до кругової свердловини, радіус якої дорівнює півсумі півосей еліпса, тобто

$$r'_c = (a_c + b_c)/2 = (\pi L + 8l)/4\pi.$$

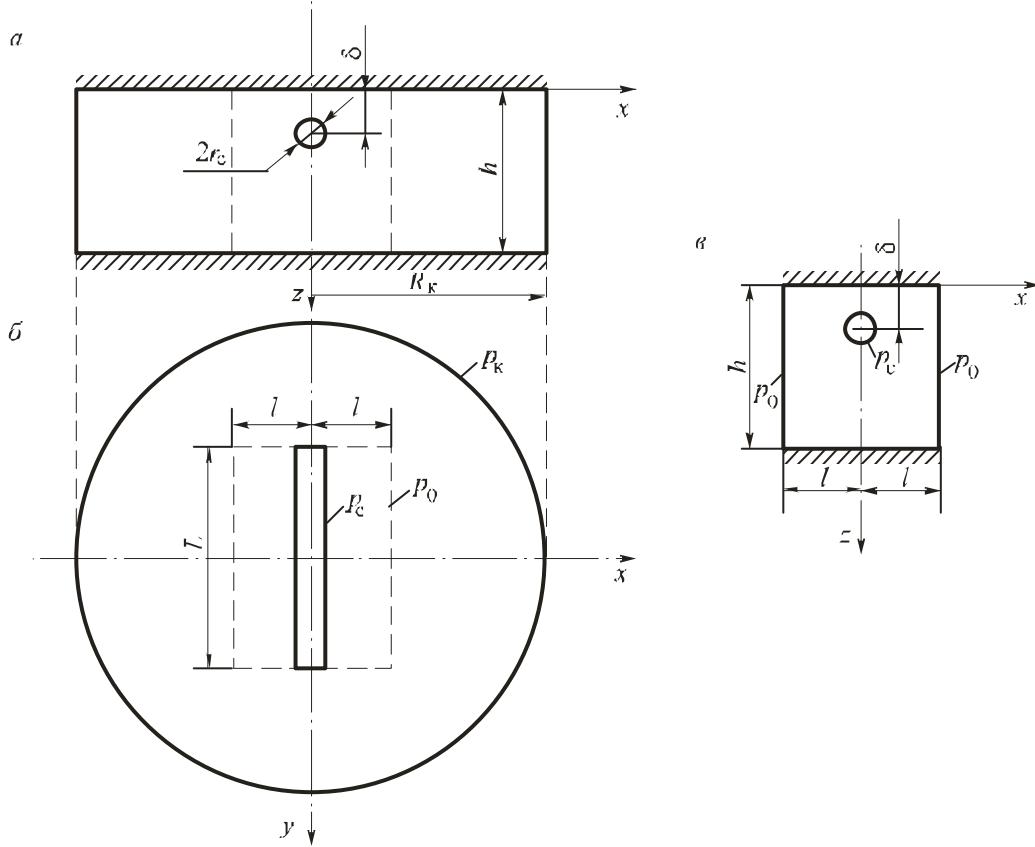


Рисунок 1 – Розрахункові схеми пласта з горизонтальною свердловиною

Основним методом розв'язку таких крайових задач типу задачі Діріхле-Неймана для анізотропних середовищ є метод ізотропізуючої деформації простору. Відтак застосовуємо метод ізотропізуючої деформації простору, тобто проводимо ізотропізуючу деформацію простору за формулами:  $x_1 = cx/\sqrt{k_x}$ ;  $y_1 = cy/\sqrt{k_y}$ ;  $z_1 = cz/\sqrt{k_z}$ , де  $x_1, y_1, z_1$  – координати ізотропного середовища;  $c$  – деяка постійна. Щодо горизонтальної площини знаходимо

$$k_\Gamma = \sqrt{k_x k_y}; \quad c = \sqrt[4]{k_x k_y}; \quad x_1 = \frac{x}{\sqrt{k_\Gamma}}; \\ y_1 = y \sqrt{k_\Gamma}; \quad \kappa_\Gamma = \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}, \quad (2)$$

а фільтрацію в горизонтальній площині описуємо рівнянням Лапласа в канонічній формі, де  $k_\Gamma$  – коефіцієнт проникності ізотропного середовища в горизонтальній площині (коефіцієнт горизонтальної проникності пласта);  $\kappa_\Gamma$  – коефіцієнт анізотропії пласта за проникністю в горизонтальній площині.

Контур свердловини в допоміжному ізотропному пласті із обчисленого колового перевтвоюється в еліпс, а контур живлення, як ізобара, теж повинен бути еліпсом. Знайшовши радіуси свердловини і контуру живлення в ізотропному пласті, розв'язок виражаємо формулою типу формули Дюпюї

$$Q = \frac{2\pi k_\Gamma h \Delta p_1}{\mu \ln \varphi_1}, \quad (3)$$

де  $\Delta p_1 = p_k - p_0$ ;  $p_0$  – тиск на контурі еквівалентного прямокутника (див. рис. 1, б);

$$\varphi_1 = \frac{16\pi R_\Gamma \kappa_\Gamma}{(\pi L + 8l)(1 + \kappa_\Gamma)^2}. \quad (4)$$

Із (3) за  $\kappa_\Gamma = 1$  випливає формула дебіту горизонтальної свердловини в ізотропному пласті, коли, наприклад, коефіцієнт горизонтальної проникності дорівнює  $k_y$ . Якщо в (3) взяти  $l = 0$ , тобто нехтувати ширину (розкриттям) тріщини, то одержимо формулу дебіту досконалої вертикальної тріщини в анізотропному круговому пласті

$$Q = \frac{2\pi k_\Gamma h \Delta p_1}{\mu \ln \frac{16R_\Gamma \kappa_\Gamma}{L(1 + \kappa_\Gamma)^2}}, \quad (5)$$

яка характеризує максимальний дебіт, до якого тільки може наблизатися дебіт горизонтальної свердловини та з якої за  $\kappa_\Gamma = 1$  випливає відома точна формула В.П.Табакова [6, 10], що свідчить про коректність та правильність такої схематизації на відміну від схематизації в роботах S.D. Joshi [7, 11].

У вертикальній площині маємо плоский фільтраційний потік (потік, що припадає на одиницю довжини свердловини  $L$  у вертикальній площині, яка перпендикулярна до осі свердловини) в обмеженому прямокутному пласті,

дів протилежні сторони (покрівля і підошва) якого є непроникними, а на двох інших задано постійний тиск  $p_0$  (див. рис. 1, в). Оскільки ми вибрали, що вісь  $z$  співпадає з однією із головних осей анізотропії проникності, а коефіцієнт проникності в горизонтальній площині вище охарактеризували величиною  $k_r$ , то згідно з методом фрагментів у вертикальній площині також потрібно розв'язати двовимірне рівняння Лапласа в неканонічній формі, яке після ізотропізуючої деформації простору набуває вигляду рівняння Лапласа в канонічній формі, в якому маємо  $x_1 = x/\sqrt{\kappa}$ ;  $z_1 = z\sqrt{\kappa}$ ;  $\kappa = \sqrt{k_r/k_b}$  – коефіцієнт анізотропії проникності у вертикальній площині.

Задача припливу нафти в такому пласті є симетричною відносно осі  $z_1$ ; отже, можна обмежитися розглядом тільки однієї частини, наприклад, правої (на рис. 1, в). Зрозуміло, що загальна питома витрата нафти  $q$  до свердловини зі сторони обох контурів живлення пласта дорівнює подвоєній питомій витраті  $q_1$  зі сторони одного із контурів живлення з тиском  $p_0$ , тобто  $q = 2q_1$ . Значить, маємо задачу плоского припливу нафти до горизонтальної свердловини в однорідному напівнескінченому пласті з прямолінійним контуром живлення. Оскільки свердловина знаходиться між непроникними підошвою та покрівлею пласта і поблизу прямолінійного контуру живлення з постійним тиском  $p_0$ , то надалі застосовуємо метод відображення джерел і стоків, а відтак – метод суперпозиції джерел і стоків [12]. У результаті знаходимо тиск  $p(x, z)$  у довільній точці анізотропного пласта з координатами  $x$  і  $z$  та, враховуючи граничні умови, – питому витрату  $q_1$ . У рівняння для тиску і витрати входить невідома величина  $l$ . Із аналізу розподілу тиску  $p(x, z)$  в площині  $XZ$  випливає, що при розв'язуванні задачі для однорідного пласта ( $\kappa = 1$ ) є підстави брати  $l = h$ , але в разі анізотропії проникності беремо  $l = 2h$ .

Приплив нафти до горизонтальної свердловини довжиною  $L$  (аналог товщини пласта) у прямокутному, точніше смугоподібному, пласті тоді становить

$$Q = qL = 2q_1L = \frac{2\pi k_r h \Delta p_2}{\mu \tau \ln \varphi_2}, \quad (6)$$

де:  $\Delta p_2 = p_0 - p_c$ ;  $\kappa = \sqrt{k_r/k_z}$  – коефіцієнт анізотропії пласта за проникністю у вертикальній площині;  $r_c$  – радіус свердловини;  $\tau = kh/4L$ ;

$$\varphi_2 = \left( \operatorname{ch} \frac{4\pi}{\kappa} - \cos \frac{\pi r_c}{h} \right) \left[ \operatorname{ch} \frac{4\pi}{\kappa} - \cos \frac{\pi(2\delta - r_c)}{h} \right] \times \times \left\{ \left( 1 - \cos \frac{\pi r_c}{h} \right) \left[ 1 - \cos \frac{\pi(2\delta - r_c)}{h} \right] \right\}^{-1}. \quad (7)$$

Для врахування гідродинамічної недосконалості свердловини за характером розкриття пласта поділимо потік до свердловини в еквівалентному прямокутнику на дві підзони (за методом фрагментів): спочатку до фіктивної до-

сконалої свердловини радіусом  $R_0$  (ділянка плоского потоку у вертикальній площині), а відтак – до гідродинамічно недосконалої свердловини за характером розкриття пласта (ділянка стабілізації потоку, за межами якої рух є плоским у вертикальній площині).

Приплив нафти до гідродинамічно недосконалої горизонтальної свердловини в смугоподібному пласті на підставі цього виражається формулою

$$Q = \frac{2\pi k_r h \Delta p_2}{\mu \tau (\ln \varphi_2 + c_{2r})} = \frac{2\pi k_r h \Delta p_2}{\mu \tau \left( \ln \varphi'_2 + \frac{4}{\tau} \ln \frac{R_0}{r_c} + c_2 \right)}, \quad (8)$$

$$\text{де: } c_{2r} = \frac{c'_2}{\tau} = \ln \frac{\varphi'_2}{\varphi_2} + \frac{4}{\tau} \left( \ln \frac{R_0}{r_c} + c_2 \right); R_0 \leq h/\pi;$$

$R_0 \leq 2\delta$ ; можна брати  $R_0/r_c = 5$  [10];  $c_2$  – коефіцієнт додаткового фільтраційного опору, який враховує гідродинамічну недосконалість свердловини за характером розкриття пласта [10].

Шуканий розв'язок задачі – формулу дебіту горизонтальної свердловини в просторово анізотропному круговому пласті за довільного її розміщення відносно покрівлі (чи підошви) пласта – на основі рівнянь (3) і (6) за правилом похідних пропорцій внаслідок нерозривності потоку одержуємо у вигляді

$$Q = \frac{2\pi k_r h \Delta p}{\mu (\ln \varphi_1 + \tau \ln \varphi_2)}, \quad (9)$$

або в разі гідродинамічної недосконалості її за характером розкриття пласта –

$$Q = \frac{2\pi k_r h \Delta p_2}{\mu \left[ \ln \varphi_1 + \tau \left( \ln \varphi'_2 + \frac{4}{\tau} \ln \frac{R_0}{r_c} + c_2 \right) \right]}, \quad (10)$$

де  $\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = p_k - p_c$  – депресія тиску.

Родовище може розбурюватися в сукупності вертикальними і горизонтальними свердловинами. Тоді горизонтальну свердловину доцільно подати еквівалентною її вертикальною свердловиною із зведенням радіусом  $r_{cr}$ , тобто

$$Q = \frac{2\pi k_r h \Delta p}{\mu \ln(R_k / r_{cr})}, \quad (11)$$

де:  $r_{cr} = r_c \exp(-c_r)$ ;  $c_r$  – коефіцієнт фільтраційного опору, зумовлений горизонтальним розміщенням свердловини

$$c_r = \ln \frac{16\pi R_k k_r}{(\pi L + 16h)(1 + \kappa_r)^2} + \tau \left( \ln \varphi'_2 + \frac{4}{\tau} \ln \frac{R_0}{r_c} + c_2 \right). \quad (12)$$

Якщо в (9) косинус і гіперболічний косинус від відповідних величин опишемо наближеними формулами, то отримаємо першу наближену формулу дебіту, за  $\delta = 0$  – другу наближену формулу дебіту горизонтальної свердловини без урахування її розміщення відносно покрівлі пласта, а за  $l = 0$  і  $\kappa = \kappa_r$  ( $k_r = k_b$ ) – третю наближену формулу стосовно до однорідного пласта.

Формула в третьому наближенні аналогічна формулі Ю.П.Борисова для дебіту горизон-

тальної свердловини в однорідному круговому пласті, тільки  $R_0 = r_c$ ,  $c_2 = 0$  і замість  $\ln h / (2\pi r_c)$  маємо  $\ln h / (\pi r_c)$  [6]. Формула Ю.П.Борисова, як і отримана із неї формула В.Г.Григулецького [13] після формальної заміни  $k_r$  на  $k$  і  $h$  на  $kh$ , дає велику розбіжність результатів розрахунку порівняно з (9) в анізотропному пласті. Що стосується останньої заміни, то, як це випливає із (9), вона є необґрутована у виразі під логарифмом, а тому недопустимо.

Нехтуючи в третій наближеній формулі внутрішнім фільтраційним опором (другий, третій і четвертий доданки в знаменнику), маємо формулу В.П.Табакова [6] для розрахунку дебіту досконалої вертикальної тріщини в однорідному круговому пласті (див. вище).

Із (8) та першої наближеної формулі, опускаючи в знаменнику доданок  $\ln \varphi_1$ , одержуємо відповідно точну і наближену (в першому наближенні) формулу дебіту горизонтальної свердловини, яка довільно розміщена відносно покрівлі у смугоподібному анізотропному пласті з двостороннім контуром живлення.

Нами зіставлено результати розрахунку дебіту горизонтальної свердловини за нашою формулою (9) і „точною” формулою В.П.Пилатовського [6], одержаною для дебіту свердловини, довільно розміщеної в однорідному горизонтальному пласті, і перетвореною нами для врахування коефіцієнта анізотропії проникності  $\kappa$  у вертикальній площині до вигляду

$$Q_{\text{на}} = \frac{2\pi k h \Delta p}{\mu} = \left\{ \frac{1}{2} \ln \frac{R_k^2}{L^2 + r_c^2} + 1 - \frac{2r_c}{L} \operatorname{arctg} \frac{L}{2r_c} + \right. \\ \left. + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \cos^2 \frac{\pi i \delta}{h} \int_0^{L/2} K_0 \left( \frac{\pi i}{kh} \sqrt{s^2 + r_c^2} \frac{2ds}{L} \right) \right\}^{-1}, \quad (13)$$

де  $\delta = a_0$  і здійснено заміну  $L$  на  $L/2$  (відповідно до наших позначень).

Стосовно до однорідного ізотропного ( $k_r = \kappa = 1$ ), як це і припускає В.П.Пилатовський, зроблено висновок, що (9) порівняно з (13) дає розбіжність величини дебіту від  $-3\%$  до  $+8\%$ , коли довжина горизонтальної свердловини зростає від 50 м до 200 м;  $R_k = 750$  м;  $h = 20$  м;  $r_c = 0,1$  м;  $\delta = h/2$ .

Числовий аналіз засвідчив, що зі збільшенням коефіцієнта анізотропії проникності  $\kappa$  у вертикальній площині, коли коефіцієнт анізотропії проникності у горизонтальній площині  $k_r = 1$ , дебіти горизонтальної свердловини, розраховані за формулами (9) і (13), зменшуються (у 1,6 рази за  $\kappa = 10$ ), а формула (9) дає зменшення результата порівняно з формулою (13) до 8%, коли  $\kappa$  зростає від 1,0 до 10 (решта даних аналогічні попередньому).

Застосування однієї горизонтальної свердловини (по товщині пласта) є неефективним у товстих (понад 50 м) і високоанізотропних ( $\kappa > 10$ ) пластиах [14]. За великих значень товщини пласта і коефіцієнта вертикальної анізо-

тропії проникності дебіт горизонтальної свердловини практично не залежить від його товщини. Тому також розглянули технологічну доцільність застосування двох паралельних і однаково напрямлених горизонтальних свердловин для розкриття пластів великої товщини на основі розв’язування задачі інтерференції горизонтальних свердловин (ярусне розміщення свердловин), тобто припустили, що у круговому горизонтальному пласті з радіусом контуру живлення  $R_k$  розміщено дві паралельні (у вертикальній площині) горизонтальні свердловини довжиною  $L$ , радіусом  $r_c$  на відстанях  $\delta_1$  і  $\delta_2$  від покрівлі пласта, товщина якого становить  $h$ .

Тоді знайшли шукані дебіти двох ярусно розміщених взаємодіючих горизонтальних свердловин у смугоподібному пласті з двостороннім контуром живлення

$$Q_1 = \frac{8\pi k L}{\mu} \frac{(p - p_2) \ln \varphi_4 - (p - p_1) \ln \varphi_6}{\ln \varphi_3 \ln \varphi_6 - \ln \varphi_4 \ln \varphi_5}; \quad (14)$$

$$Q_2 = \frac{8\pi k L}{\mu} \frac{(p_0 - p_1) \ln \varphi_5 - (p_0 - p_2) \ln \varphi_3}{\ln \varphi_3 \ln \varphi_6 - \ln \varphi_4 \ln \varphi_5}. \quad (15)$$

і в круговому пласті

$$Q_1 = \frac{2\pi k_r h}{\mu} \frac{(\tau^{-1} \ln \varphi_1 - \ln \varphi_6) \Delta p_1 - (\tau^{-1} \ln \varphi_1 - \ln \varphi_4) \Delta p_2}{\ln \varphi_1 \ln \frac{\varphi_4 \varphi_5}{\varphi_3 \varphi_6} + \tau (\ln \varphi_3 \ln \varphi_6 - \ln \varphi_4 \ln \varphi_5)}; \quad (16)$$

$$Q_2 = \frac{2\pi k_r h}{\mu} \frac{(\tau^{-1} \ln \varphi_1 - \ln \varphi_3) \Delta p_2 - (\tau^{-1} \ln \varphi_1 - \ln \varphi_5) \Delta p_1}{\ln \varphi_1 \ln \frac{\varphi_4 \varphi_5}{\varphi_3 \varphi_6} + \tau (\ln \varphi_3 \ln \varphi_6 - \ln \varphi_4 \ln \varphi_5)}, \quad (17)$$

$$\text{де } \varphi_3 = \frac{\varphi_{11} \varphi_{31}}{\varphi_{21} \varphi_{41}}, \varphi_4 = \frac{\varphi_{51} \varphi_{71}}{\varphi_{61} \varphi_{81}};$$

$$\varphi_5 = \frac{\varphi_{12} \varphi_{32}}{\varphi_{22} \varphi_{42}}, \varphi_6 = \frac{\varphi_{52} \varphi_{72}}{\varphi_{62} \varphi_{82}};$$

$$\varphi_{11} = 1 - \cos \frac{\pi r_{cl}}{h};$$

$$\varphi_{21} = \operatorname{ch} \frac{2\pi l}{\kappa h} - \cos \frac{\pi r_{cl}}{h};$$

$$\varphi_{31} = 1 - \cos \frac{\pi(2\delta_1 - r_{cl})}{h};$$

$$\varphi_{41} = \operatorname{ch} \frac{2\pi l}{\kappa h} - \cos \frac{\pi(2\delta_1 - r_{cl})}{h};$$

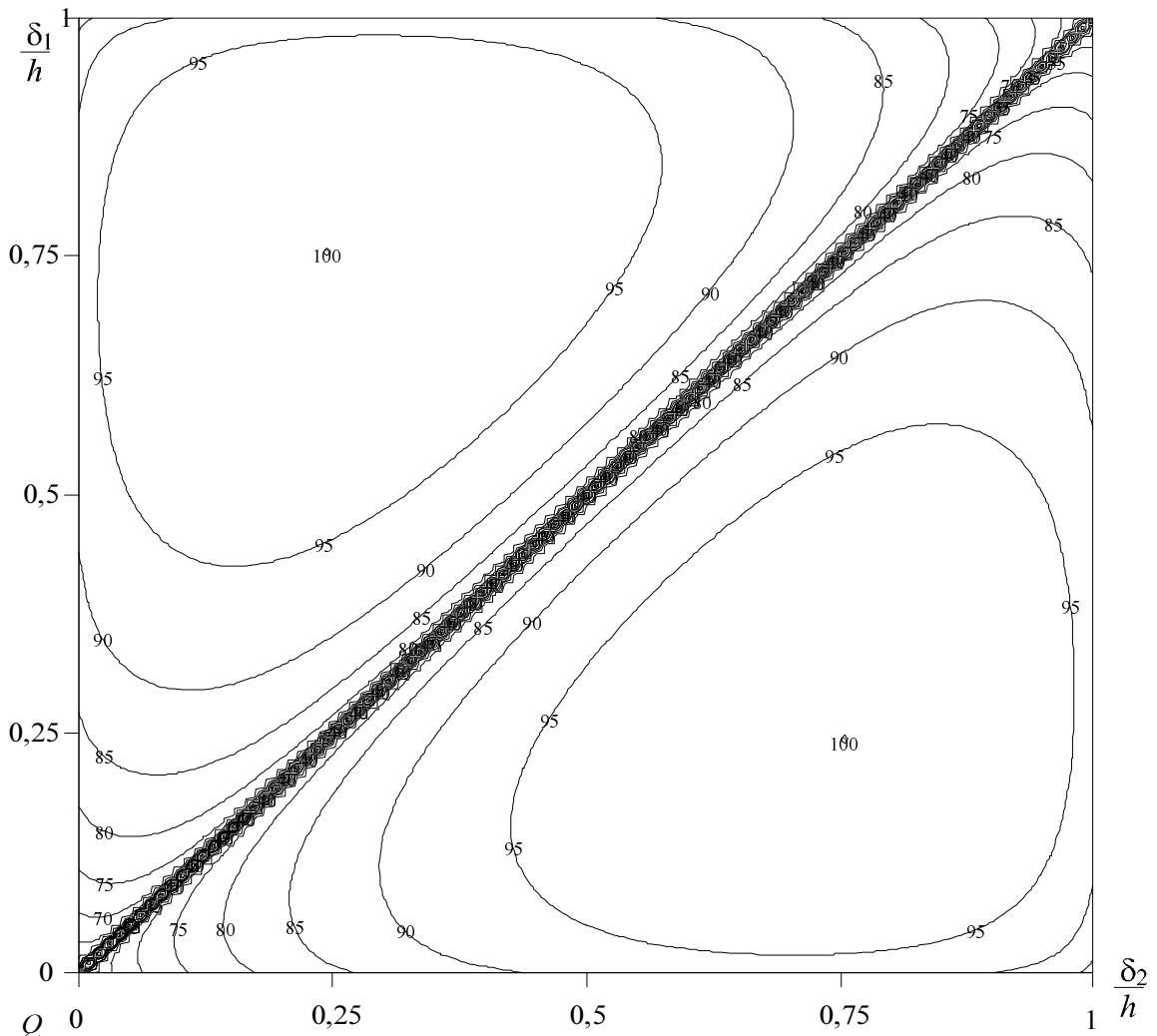
$$\varphi_{51} = 1 - \cos \frac{\pi(\delta_1 - \delta_2 - r_{cl})}{h};$$

$$\varphi_{61} = \operatorname{ch} \frac{2\pi l}{\kappa h} - \cos \frac{\pi(\delta_1 - \delta_2 - r_{cl})}{h};$$

$$\varphi_{71} = 1 - \cos \frac{\pi(\delta_1 + \delta_2 - r_{cl})}{h};$$

$$\varphi_{81} = \operatorname{ch} \frac{2\pi l}{\kappa h} - \cos \frac{\pi(\delta_1 + \delta_2 - r_{cl})}{h};$$

$$\varphi_{12} = 1 - \cos \frac{\pi(\delta_2 - \delta_1 - r_{c2})}{h};$$



**Рисунок 2 – Ізолінії відносного дебіту, % двох взаємодіючих горизонтальних свердловин залежно від їх відносного розміщення у вертикальній площині пласта, частки одиниці за  $R_{\kappa}=1000$  м;  $L=300$  м;  $h=50$  м;  $r_{c1,2}=0,1$  м;  $\kappa_r=1$ ;  $\kappa=3$ ;  $\mu=10^{-3}$  Па;  $\Delta p_{1,2}=5 \cdot 10^6$  Па;  $k_r=50 \cdot 10^{-15}$  м<sup>2</sup>**

$$\begin{aligned}\varphi_{22} &= \operatorname{ch} \frac{2\pi l}{\kappa h} - \cos \frac{\pi(\delta_2 - \delta_1 - r_{c2})}{h}, \\ \varphi_{32} &= 1 - \cos \frac{\pi(\delta_2 + \delta_1 - r_{c2})}{h}, \\ \varphi_{42} &= \operatorname{ch} \frac{2\pi l}{\kappa h} - \cos \frac{\pi(\delta_2 + \delta_1 - r_{c2})}{h}, \\ \varphi_{52} &= 1 - \cos \frac{\pi r_{c2}}{h}; \\ \varphi_{62} &= \operatorname{ch} \frac{2\pi l}{\kappa h} - \cos \frac{\pi r_{c2}}{h}; \\ \varphi_{72} &= 1 - \cos \frac{\pi(2\delta_2 - r_{c2})}{h}; \\ \varphi_{82} &= \operatorname{ch} \frac{2\pi l}{\kappa h} - \cos \frac{\pi(2\delta_2 - r_{c2})}{h}.\end{aligned}$$

Сумарний дебіт  $Q$  ( $Q = Q_1 + Q_2$ ) істотно залежить від взаємного розміщення взаємодіючих свердловин. Максимальний дебіт має місце в разі рівномірного розміщення обох взаємодіючих свердловин. Разом з тим область найбільшого дебіту (в межах ізоліній 95 % відносної

величини) є досить широкою (рис. 2), а саме:  $\delta_1 / h = 0,25 \pm 0,2$ ;  $\delta_2 / h = 0,75 \pm 0,2$ . Це важливо з позицій практики проводки таких свердловин у пласти.

У випадку фільтрації неньютонівської в'язко-пластичної нафти дебіт горизонтальної свердловини у круговому пласті

$$Q_a = \frac{2\pi k_r h \left[ \Delta p - \frac{\alpha_c \tau_0}{\sqrt{k_r}} (R'_k - r''_c) \right]}{\mu' \left( \ln \frac{R'_k}{r''_c} + \tau \ln \varphi_2 \right)}, \quad (18)$$

де:  $\alpha_c$  – структурний коефіцієнт, який залежить від структури порового простору [10];  $\mu'$ ,  $\tau_0$  – коефіцієнт пластичної в'язкості та динамічне напруження зсуву нафти;

$$\begin{aligned}\frac{R'_k}{r''_c} &= \frac{16\pi R_k \kappa_r}{(\pi L + 16h)(1 + \kappa_r)^2}; \\ R'_k - r''_c &= \frac{2R_k \sqrt{\kappa_r}}{1 + \kappa_r} - \frac{(\pi L + 16h)(1 + \kappa_r)}{8\pi \sqrt{\kappa_r}}.\end{aligned}$$

Якщо  $\tau_0 = 0$ , то (18) переходить у відповідну формулу для ньютонівської нафти. Аналіз показує, що аномальні властивості нафти можуть зумовлювати зменшення дебіту горизонтальної свердловини до 50 %.

Дебіт горизонтальної свердловини в круговому деформівному тріщинуватому пласті виражається формuloю

$$Q_T = \frac{2\pi k_{x_0} h (1 - e^{-\alpha \Delta p})}{\mu k_r \alpha (\ln \phi_1 + \tau \ln \phi_2)}, \quad (19)$$

де:  $k_{x_0}$  – коефіцієнт проникності тріщинуватого пласта вздовж осі  $x$  за тиску  $p_k$  на контурі живлення;  $\alpha$  – реологічний параметр тріщинуватого середовища [10] (беремо його однаково вздовж осей  $x$  і  $y$ ).

Тріщинна анізотропія проникності і деформівність тріщинуватого пласта призводять до значного зменшення дебіту горизонтальної свердловини (блізько 65-90% від дебіту в нedeформівному пласті, коли  $\alpha = (2-10) \cdot 10^{-7}$  Па<sup>-1</sup>,  $\Delta p = 1$  МПа), що необхідно враховувати під час спорудження та підготовки свердловин до експлуатації.

Якщо у (19) експоненту розкласти в ряд і залишити два перших члени ряду, то одержимо формулу дебіту (9) у недеформівному пласті, а відтак, прийнявши в останній  $\kappa_r = 1$ , тобто  $k_x = k_y = k_r$ , отримаємо формулу дебіту свердловини в однорідному пласті. Таким чином, узагальнену формулу дебіту горизонтальної свердловини можна записати у вигляді (19), де  $k_{x_0}/\kappa_r = k_r$ .

Приплив рідини до вертикальної свердловини можна звести до плоскорадіального потоку, а потік до горизонтальної свердловини є виключно просторовим. Тому задачі інтерференції горизонтальних і вертикальних свердловин слід розглядати як просторові у тривимірному просторі, а розв'язати їх можна в принципі за кінцево-різницевим методом з допомогою ПЕОМ [15]. На сьогодні просторові задачі фільтрації тільки до вертикальних свердловин розв'язуються з допомогою ПЕОМ в одній горизонтальній або в одній вертикальній площині через формальні труднощі, пов'язані з великою кількістю узлових точок. Разом з тим на родовищах, які розробляються сіткою вертикальних свердловин, з метою інтенсифікації видобування нафти бурять горизонтальні свердловини серед існуючих вертикальних свердловин, а, як наслідок, виникає потреба дати оцінку дебіту горизонтальної свердловини, яка взаємодіє з існуючими вертикальними свердловинами. Щоб мати змогу розглядати фільтрацію в одній горизонтальній площині і розв'язувати задачі такої інтерференції аналітичними чи кінцево-різницевими методами, необхідно просторовий потік звести до плоского потоку, тобто горизонтальну свердловину необхідно подавати одною еквівалентною вертикальною свердловиною або групою еквівалентних вертикальних свердловин. Виведемо відповідні формули стосовно до обох підходів.

Стосовно першого підходу – горизонтальну свердловину нами вже вище подано еквіва-

лентною її вертикальною свердловиною із зведенім радіусом  $r_{cr}$ , дебіт якої описано формулою (11).

Стосовно другого підходу (який у більшості випадків практичного розміщення свердловин наближається до реальних умов), якщо врахувати відстані між існуючими вертикальними свердловинами і довжину горизонтальної свердловини, останню можна подати групою вертикальних свердловин, розміщених вздовж осі горизонтальної свердловини. Такий підхід обґрунтовано в роботі [6], в результаті чого Ю.П. Борисов (слідом за ним й інші автори [9, 13, 16]) отримав формулу, подібну до нашої третьої наближеної формули (щодо похибок див. вище). Звідси робимо висновок, що такий підхід є прийнятним, і горизонтальну свердловину можна подати низкою еквівалентних вертикальних свердловин, розміщених вздовж осі горизонтальної свердловини з відстанню між ними, рівною товщині пласта  $h$ , а кількість їх дорівнює наближено  $L/h$ .

Стосовно  $n$  вертикальних свердловин, які знаходяться в пласті еліптичної форми на однаковій відстані між собою і вздовж прямої лінії, відомо формулу дебіту одної свердловини в однорідному пласті, запропоновану В.П. Мироненком [17]. Нами зіставлено результати розрахунку дебітів за цією формулою і за нашою формулою (9) [15]. Звідси випливає, що горизонтальну свердловину в однорідному пласті цілком допустимо подати рядом еквівалентних вертикальних свердловин, кількість  $n$  яких приблизно дорівнює  $L/h$ , причому  $n$  є цілим дискретним числом. Відхилення результатів знаходиться в межах 5-12%, зменшуючись із ростом  $L$ .

Для врахування анізотропії пласта за проникністю  $\kappa$ , яка не відображається на роботі гідродинамічно досконалих (або зведених до досконалих) вертикальних свердловин, але істотно впливає на роботу горизонтальної свердловини, поступимо так. Розрахуємо дебіт  $Q$  горизонтальної свердловини в просторово анізотропному пласті за формулою (9), потім – середній дебіт  $Q_c$  однієї еквівалентної вертикальної свердловини  $Q_c = Q_m/n$ , де  $n \equiv L/h$ , а відтак зведений радіус одної вертикальної свердловини

$$r_{c,zv,b} = \frac{h}{2\pi} \exp\left(-\frac{2\pi k_r h \Delta p}{Q_c \mu}\right), \quad (20)$$

де  $k_r$  – коефіцієнт проникності пласта в горизонтальній площині.

Далі розглядаємо взаємодію усіх цих еквівалентних вертикальних свердловин із зведеними радіусами  $r_{c,zv,b}$  та існуючими вертикальними свердловинами в однорідному пласті ( $\kappa = 1$ ) товщиною  $h$  за відомими методиками.

З метою отримання більшої точності можна розрахувати дебіти  $Q_{ci}$  окремо кожної еквівалентної вертикальної свердловини в однорідному пласті за формулою

$$Q_{ci} = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu} \left[ \frac{\operatorname{sh}(n\beta) \left( \operatorname{arsh} \frac{2R_k}{nh} + \frac{1}{n} \ln \frac{h}{2\pi r_c} \right)}{\operatorname{sh}\beta \operatorname{ch} \frac{2\beta|x_i|}{h}} \right]^{-1}, \quad (21)$$

де  $\beta$  знаходиться з рівняння  
 $\operatorname{ch}(2\beta) = 1 + \frac{\ln n}{(n-1)\ln(h/2r_c)}$ ;  $n \approx \frac{L}{h}$  (дискретне  
ціле число);  $x_i = (i-1)h + \frac{n-1}{2}h$ ;  $i = 1, \dots, n$ .

Характер зміни цих дебітів показано на рис. 3. Відтак, аналогічно вище описаному, слід розрахувати для кожної окремої свердловини свій зведений радіус за формулою типу (20), взявши в ній замість  $Q_c$  величину  $Q_{ci}$ .

Таким чином, із застосуванням методів фрагментів, ізотропізуючої деформації простору, відображення джерел і стоків, суперпозиції джерел і стоків, еквівалентних свердловин можна отримати достатньо точні і зручні для практичного розрахунку формули дебітів горизонтальних свердловин, із яких після значних спрощень як частинні випадки випливає ряд відомих формул. Узагальнено виписані із поясненнями формули дають змогу читачеві не тільки зрозуміти логіку їх отримання, але й практично використовувати стосовно конкретних випадків.

### Література

1 Бойко Р.В. Принципи і критерії вибору об'єктів горизонтального буріння свердловин // Нафт. і газ. пром-сть. – 2000. – № 6. – С. 30-33.

2 Практика буріння і експлуатації свердловин з горизонтальними стовбурами / К.О.Оганов, Я.В.Кунцяк, Я.С.Гаврилов, І.І.Наритник. – К.: Наукова думка, 2002. – 200 с.

3 Алиев З.С., Бондаренко В.В. Технология применения горизонтальных скважин. – М.: Изд. „Нефть и газ” РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2006. – 712 с.

4 Бойко Р.В. Регулювання розробки нафтових родовищ застосуванням горизонтальних свердловин: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / УкрНГІ. – К., 1996. – 18 с.

5 Бойко В.С., Бойко Р.В. Основи підземної газогідродинаміки горизонтальних нафтових і газових свердловин // Мат. наук.-практ. конф. „Нафта і газ України-96”. – Харків, 1996. – С. 11-12.

6 Борисов Ю.П., Пилатовський В.П., Табаков В.П. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами. – М.: Недра, 1964. – 154 с.

7 Joshi S.D. Augmentation of Well Productivity with Slant and Horizontal Wells // Journal of Petroleum Technology, June. – 1988. – P.p. 729-739.

8 Renard G.J., Duppi J.M. Influence of Formation Damage on the Flow Efficiency of Horizontal Wells // SPE paper 19414, Presented at the Formation Damage Control Symposium, Lafayette, Louisiana, February 22-23. – 1990.

9 Babu D.K., Odeh A.S. Productivity of a Horizontal Well // SPE Reservoir Engineering, November. – 1989. – P.p. 417-421.

10 Бойко В.С., Бойко Р.В. Підземна гідрогазомеханіка: Підручник. – Львів: Апріорі, 2005. – 452 с.

11 Joshi S. Horizontal well Technology. – Oklahoma, 1991. – 178 р.

12 Пирвердян А.М. Физика и гидравлика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1982. – 192 с.

13 Григулецький В.Г. Основные допущения и точность формул для расчета дебита горизонтальных скважин // Нефтяное хозяйство. – 1992. – №12. – С. 5-6.

14 Бойко В.С., Бойко Р.В. Дослідження ефективності застосування горизонтальних свердловин у нафтогазовій енергетиці // Нафтогазова енергетика. – 2006. – №1 (1). – С. 9-15.

15 Дослідження інтерференції горизонтальних і вертикальних свердловин / В.С. Бойко, Р.В. Бойко, С.І. Іванов, І.В. Копач // Нафтова і газова пром-сть. – 2004. – №2. – С. 27-29.

16 Козлова Т.В., Лысенко В.Д. Формула дебита горизонтальной скважины // Нефтепромысловое дело. – 1997. – №1. – С. 12-14.

17 Евдокимова В.А., Коціна І.Н. Сборник задач по подземной гидравлике. – М.: Недра, 1979. – 168 с.