

## РОЗРАХУНКИ З'ЄДНАНЬ ІЗ НАТЯГОМ У ШАРОШКАХ, ОСНАЩЕНИХ КОМПОЗИЦІЙНИМИ ЗУБЦЯМИ ЗІ СТАЛЕВИМ ХВОСТОВИКОМ

<sup>1</sup>І.О. Шуляр, <sup>2</sup>І.П. Шацький, <sup>1</sup>В.А. Корнута, <sup>1</sup>Л.Я. Роп'як

<sup>1</sup>ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 724719,  
e-mail: ikg@nimg.edu.ua

<sup>2</sup>Івано-Франківський відділ ІППММ НАН України,  
76002, м. Івано-Франківськ, вул. Микитинецька, 3

Розглядається проблема підвищення якості кріплення зубців у корпусі шарошки. Розвинуто аналітичні підходи до побудови раціональних проектів з'єднань з натягом у шарошках, оснащених зубцями зі сталевим хвостовиком. Досліджено напружено-деформований стан дво- та трикомпонентного з'єднань композиційного зубця з шарошкою із заданими натягами на поверхнях спряження та під осьовим експлуатаційним навантаженням. Сформульовано та розв'язано задачі оптимізації, які полягають у підборі оптимальних натягів, котрі би забезпечували найвище значення допустимого навантаження при виконанні умов міцності компонент та вимог непроковзування і нерозкриття стиків. Проведено порівняння раціональних проектів дво- та трикомпонентного з'єднань для зубців із абсолютно жорстким та сталевим хвостовиком. За для значної економії твердого сплаву рекомендовано використання мінімально армованих хвостовиків у з'єднаннях з підвищенням геометричним натягом без зниження допустимого навантаження. Подано оцінку виграшу від використання у з'єднаннях додаткової проміжної втулки з регульованими натягами.

Ключові слова: шарошка, зубець, сталевий хвостовик, двокомпонентне з'єднання, трикомпонентне з'єднання, оптимальний натяг, осьове навантаження

Рассматривается проблема повышения качества крепления зубков в корпусе шарошки. Развита аналитические подходы к построению рациональных проектов соединений с натягом в шарошках, оснащённых зубками со стальным хвостовиком. Исследовано напряженно-деформированное состояние двух- и трехкомпонентного соединений композиционного зубка с шарошкой при заданных натягах на поверхностях сопряжения и действию осевой эксплуатационной нагрузки. Сформулированы и решены задачи оптимизации по подбору оптимальных натягов, которые обеспечивают максимум допустимой нагрузки при выполнении условий прочности компонент и требований непроскальзывания и нераскрытия стыков. Проведено сравнение рациональных проектов дву- и трехкомпонентного соединений для зубков с абсолютно жестким и стальным хвостовиком. Для значительной экономии твердого сплава рекомендовано использование минимально армированных хвостовиков в соединениях с повышенным геометрическим натягом без снижения допустимой нагрузки. Приведена оценка выигрыша от использования в соединениях дополнительной промежуточной втулки с регулируемыми натягами.

Ключевые слова: шарошка, зубок, стальной хвостовик, двухкомпонентное соединение, трехкомпонентное соединение, оптимальный натяг, осевая загрузка

The problem of quality improving of teeth securing in the cutter housing is considered. Analytical approaches have been developed for drawing up efficient projects of joining with tension in cone cutters fitted with steel shank teeth. The stress-strain state of two- and three-component connections with composite tooth with a cone cutter at the given tension on the coupling surfaces under axial operational loads has been researched. Optimization problems were identified and solved concerning the selection of optimal tension, which would provide the maximum allowable value of load meeting the standard conditions of components strength and requirements of non-slipping and unopening joints. A comparison of rational projects two- or three-component connections for teeth with absolutely rigid and steel shank was conducted. For significant saving of hard alloy it is recommended to use minimum number of reinforced shanks in joints with the increased geometric tension without reducing the allowable load. The beneficial assessment from application of additional sleeve with adjustable tension was given.

Key words: cone cutter, tooth, steel shank, two-component coupling, three-component coupling, optimum tension, axial load.

### Вступ

Відомою проблемою, яка проявляється під час відробки доліт на вибої, є випадання зубців. За даними В. Я. Кершенбаума [1] та ін. [2, 3] один із поширених видів втрати (до 20% всіх втрат) вставного озброєння бурових доліт – випадання вставок із отворів.

Актуальною задачею сучасного долотобудування є підвищення якості з'єднання твердосплавних вставок з корпусом бурового інструменту. Зокрема для з'єднань з натягом, типових для шарошкових доліт, вирішальним є раціона-

льний підбір натягу у контактній парі. Справді, при замалих натягах порушується утримуюча функція з'єднання (випадає зубець), а при надто великих натягах унаслідок значної концентрації напружень зазнає пошкодження шарошка (і, як наслідок, випадає зубець). Наявність двох конкурентних тенденцій спонукає до пошуку екстремуму.

Питання раціонального проектування з'єднання зубця з шарошкою розглядалися числовими [4, 5] та аналітичними [6–9] засобами. Так, у працях [4, 5] на основі скінченноелемен-

тних моделей долота вивчено вплив параметрів з'єднання (натягу, рівня експлуатаційного навантаження, діаметра зубця, взаємодії зубців у вінці та вінців між собою) на рівень пружно-пластичних деформацій у тілі шарошки. У статті [6] на основі найпростішої моделі контакту абсолютно жорсткого зубця з пружною матрицею в умовах плоского напруженого стану від натягу та стану антиплоскої деформації від осевого навантаження показано, що існує оптимальне значення натягу, яке забезпечує найбільшу несучу здатність конструкції при забезпеченні вимог непроковзування та нерозкриття стику. У працях [8, 9] цей підхід розповсюджено на з'єднання пружних тіл, уведено поняття натягу, оптимального за даною теорією міцності, на основі порівняльного аналізу результатів за різними теоріями міцності рекомендовано до задач оптимізації контакту застосовувати теорію максимальних октаедричних напружень (Мізеса).

Показовим для перерахованих досліджень [4–9] є розгляд напружено-деформованого стану з'єднання не лише на етапі збирання, але й з урахуванням прогнозного експлуатаційного навантаження на зубець зі сторони вибою.

Окрім теоретичного підходу до поліпшення якості з'єднань слід відзначити ще й конструкторські пропозиції.

У матеріалознавчому аспекті – це використання конструкцій зубця з регульованим розподілом твердого сплаву [10, 11]. Як показано в працях [8, 9], оптимальний контактний тиск практично не залежить від співвідношення пружних характеристик матеріалів вставки і корпусу. Такі дослідження мотивуються тим, що економічно вигідно застосовувати комбіновані зубці з твердосплавною робочою частиною та з низькою концентрацією твердого сплаву у хвостовику.

Іншим конструкторським прийомом є використання багатокомпонентних з'єднань або поліз'єднань з натягом [12–15]. Цей спосіб дозволяє розосередити концентрацію напружень від основної поверхні спряження вглиб шарошки, однак призводить до втрат у технологічності через збільшення числа деталей. У працях [6, 7] наведено оцінки впливу додаткової проміжної втулки на сумісну роботу твердосплавної вставки з шарошкою. Показано, що оптимально спроектований поліконтакт підвищує несучу здатність конструкції на 25–30%; стендові випробування показали також підвищення ресурсу шарошки з трикомпонентними з'єднаннями [16] у випадку використання вставки з абсолютно жорстким хвостовиком.

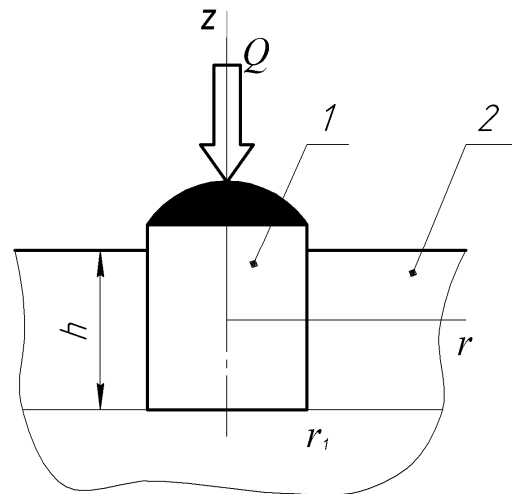
Виникає питання, як проявить себе конструкція з додатковою втулкою для композиційного зубця із слабо армованим хвостовиком. Рациональний підбір натягів для трикомпонентного з'єднання шарошки із сталевим хвостовиком і є метою цієї роботи. Попутно вирішували задачі порівняльного аналізу дво- та трикомпонентних конструкцій між собою та з аналогічними для твердосплавного хвостовика.

Окремі результати дослідження прозвучали у доповіді [17].

Прагнучи вирішити завдання не надто громіздкими аналітичними засобами, дослідження проводили в рамках лінійної теорії пружності, прийнявши якомога простіші моделі з'єднань з натягом під осевим навантаженням.

### Рациональний проект двокомпонентного з'єднання

У циліндричній системі координат  $r, \theta, z$  розглянемо двокомпонентне з'єднання хвостовика зубця з шарошкою (рис. 1). Внутрішнє тіло 1 моделюємо пружним циліндром з твердосплавною робочою частиною та слабо армованим (тут – сталевим) хвостовиком; зовнішнє тіло 2 розглядаємо як безмежний плоскопаралельний пружний шар з циліндричною порожниною. Пружні константи та допустимі напруження для тіл 1 та 2 з метою спрощення приймемо однаковими:  $E_1 = E_2 = E$ ,  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ ,  $[\sigma]_1 = [\sigma]_2 = [\sigma]$ . Композицію зібрано з радіальним геометричним натягом  $\delta_1$  на поверхні спряження  $r = r_1$  та навантажено осевою силою  $Q$ , прикладеною до внутрішнього циліндра, яка моделює експлуатаційне навантаження зубця на вибої. Слід встановити найбільшу силу  $Q$ , яку може витримати з'єднання.



1 – зубець, 2 – шарошка

Рисунок 1 – Схема двокомпонентного з'єднання

Уважаємо, що натяг на поверхні спряження при складанні призводить до плоского напруженого стану, а осеве навантаження – до стану антиплоскої деформації. Подробочими зміни нормального напруження  $\sigma_z$  по висоті конструкції нехтуємо; так само не досліджуємо розподіл напружень у підшві твердосплавної робочої ділянки.

Відмінні від нуля компоненти тензора напружень  $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{rz}$  в силу осевої симетрії та введених припущень залежать лише від радіальної координати. Для їх знаходження сформулювали крайові задачі:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ru_r) \right) &= 0, \quad r \in (0, \infty) \setminus \{r_1\}; \\ u_r(0) &= 0, \\ u_r(r_1 + 0) - u_r(r_1 - 0) &= \delta_1, \\ \sigma_r(r_1 + 0) - \sigma_r(r_1 - 0) &= 0, \\ \sigma_r(\infty) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

та

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_{rz}}{dr} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= \frac{Q}{S_0 h} H(r_1 - r), \quad r \in (0, \infty); \\ \tau_{rz}(0) &= 0, \\ u_z(r_1 + 0) - u_z(r_1 - 0) &= 0, \\ \tau_{rz}(r_1 + 0) - \tau_{rz}(r_1 - 0) &= 0, \\ \tau_{rz}(\infty) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Тут  $u_r$  – радіальна компонента переміщення,

$S_0 = \pi r_1^2$  – площа попереччя зубця,

$H(\dots)$  – функція Гевісайда.

За розв’язками задач (1) і (2) знайшли напруження у тілах 1 та 2, які подаємо єдиним виразом через кусково-неперервні функції:

$$\begin{aligned} \sigma_r(r) &= -\frac{E}{2} \left( 1 - \left( 1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) H(r - r_1) \right) \frac{\delta_1}{r_1}, \\ \sigma_\theta(r) &= -\frac{E}{2} \left( 1 + \left( 1 + \frac{r_1^2}{r^2} \right) H(r - r_1) \right) \frac{\delta_1}{r_1}, \\ \tau_{rz}(r) &= \frac{Q}{S_1} \frac{r}{r_1} \left( 1 - \left( 1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) H(r - r_1) \right), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $S_1 = 2\pi r_1 h$  – площа поверхні контакту.

Для комбінації плоскої та антиплоскої задач еквівалентне за Мізесом напруження обчислюється за формулою:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \sigma_\theta + 3\tau_{rz}^2}. \quad (4)$$

Несуча здатність двокомпонентної конструкції вважається забезпеченою, якщо виконуються умови:

$$\max_r \sigma_{eq} \leq [\sigma], \quad (5)$$

$$|\tau_{rz}(r_1)| \leq -f\sigma_r(r_1), \quad (6)$$

$$\sigma_r(r_1) \leq 0, \quad (7)$$

де  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання у контакті.

Досягнення рівності у формулі (5) означає початок руйнування матеріалу, у формулі (6) – проковзування, у формулі (7) – узагалі розкриття стику.

Задача раціонального проектування з’єднання з натягом під осьовим навантаженням полягає у підборі оптимального натягу  $\delta_1^*$ , який би забезпечував найбільшу несучу здатність конструкції  $\max_r |\sigma_{eq}|$  за виконання умов міцності матеріалів та непроковзування і нерозкриття стику (5)–(7).

Уведемо безрозмірні змінні:

$$x_1 = \frac{E}{2[\sigma]} \frac{\delta_1}{r_1}, \quad x_3 = \frac{Q}{[\sigma] S_1}. \quad (8)$$

Аналіз результатів (3), (4) свідчить:  $\sigma_{eq}$  – кусково-монотонна функція від координати  $r$ . Тоді  $\max_r \sigma_{eq}(r)$  найпростіше можна знайти, перебираючи значення  $\sigma_{eq}$  поблизу поверхні розмежування деталей.

Враховуючи вирази (3) та позначення (8), для безрозмірних напружень маємо:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_r(r_1 - 0)}{[\sigma]} &= -x_1, \quad \frac{\sigma_r(r_1 + 0)}{[\sigma]} = -x_1, \\ \frac{\sigma_\theta(r_1 - 0)}{[\sigma]} &= -x_1, \quad \frac{\sigma_\theta(r_1 + 0)}{[\sigma]} = x_1, \\ \frac{\tau_{rz}(r - 0)}{[\sigma]} &= x_3, \quad \frac{\tau_{rz}(r + 0)}{[\sigma]} = x_3. \end{aligned} \quad (9)$$

Тоді

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{eq}(r_1 - 0)}{[\sigma]} &= \sqrt{x_1^2 + 3x_3^2}, \\ \frac{\sigma_{eq}(r_1 + 0)}{[\sigma]} &= \sqrt{3x_1^2 + 3x_3^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким чином, на підставі формул (9), (10) обмеження (5)–(7) подаємо у безрозмірних змінних

$$\begin{aligned} x_1^2 + 3x_3^2 &\leq 1, \\ 3x_1^2 + 3x_3^2 &\leq 1, \\ |x_3| &\leq fx_1, \\ -x_1 &\leq 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Перша нерівність у (11) відповідає за руйнування матеріалу хвостовика і є слабшою за другу нерівність, тому може бути відкинута. Однак задля формалізації алгоритму ми не будемо цього робити.

На рис. 2 зображено заштриховану область (у криволінійному трикутнику), яка задовольняє усім обмеженням (11) і тим самим є областю допустимих значень для змінних  $x_1, x_3$ .

Найбільше значення  $|x_3|$ , а, отже, і  $Q$ , досягається на перетині кола  $3x_1^2 + 3x_3^2 = 1$  з прямою  $|x_3| = fx_1$  (рівномісна за критеріями Мізеса та фрикційного проковзування конструкція).

Абсциса точки перетину  $x_1^* = 1/\sqrt{3(1+f^2)}$  – оптимальний натяг, який забезпечує найбільшу несучу здатність:

$$\max_{x_1} |x_3| = x_3(x_1^*) = f/\sqrt{3(1+f^2)}.$$

З рис. 2 видно, що при зростанні  $x_3$  справа від  $x_1^*$  руйнується шарошка, при збільшенні  $x_3$  зліва від  $x_1^*$  – проковзує стик.

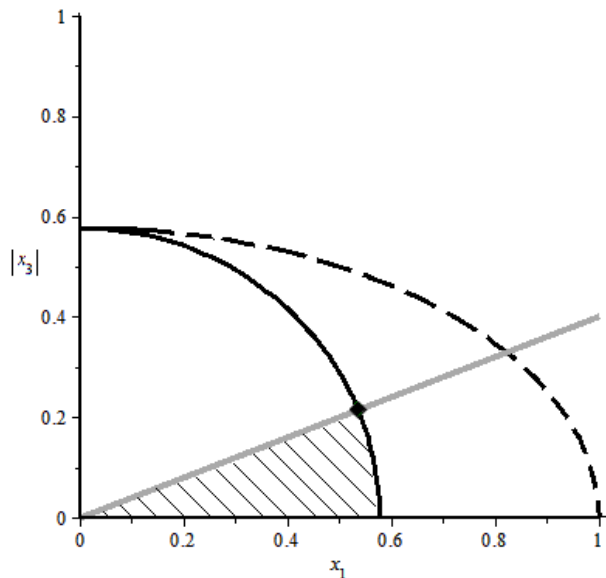


Рисунок 2 – Область допустимих значень  $x_1, |x_3|$

У розмірних величинах

$$\delta_1^* = \frac{2[\sigma]}{E} \frac{1}{\sqrt{3(1+f^2)}},$$

$$\max Q = \frac{f[\sigma]S_1}{\sqrt{3(1+f^2)}}. \quad (12)$$

Аналогічні формули для випадку абсолютно жорсткої вставки отримано в роботі [6]:

$$\delta_1^* = \frac{(1+\nu)[\sigma]}{E} \frac{1}{\sqrt{3(1+f^2)}},$$

$\max Q$  – такий, як у формулі (12).

Порівняння допустимих областей для сталевих та абсолютно жорсткого хвостовиків подано на рис. 3.

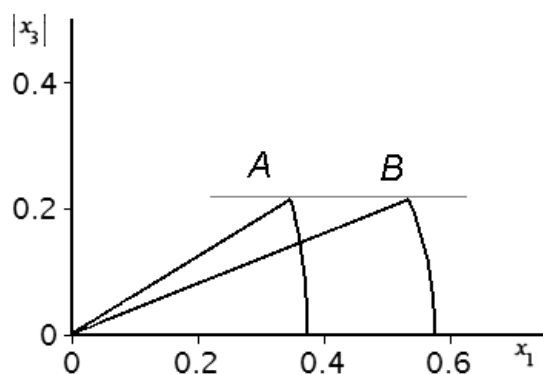


Рисунок 3 – Допустимі області для  $x_1, |x_3|$  у разі абсолютно жорсткого (А) та сталевих (В) хвостовиків

Оптимальне значення геометричного натягу для сталевих хвостовиків є більшим (у  $2/(1+\nu)$  разів), ніж для абсолютно жорсткої вставки. Однак максимальна несуча здатність (ординати точок А та В) є однакою для обох варіантів. Більше того, у праці [9] за ре-

зультатами розв'язку задачі оптимізації для випадку  $E_2 < E_1 < \infty$  доведено, що для усіх відношень  $(E_1/E_2) < \infty$  величина  $\max(Q/([\sigma]S_1))$  лежить на горизонтальній прямій, що сполучає точки А та В. Це означає, що, вибравши залежний від співвідношення жорсткостей оптимальний геометричний натяг, завжди досягаємо незалежного від пружних властивостей хвостовика однакового значення  $\max Q$ , що обчислюється за формулою (12). Аналіз цієї формули також вказує на те, що ключовим регулятором несучої здатності конструкції є множник  $f[\sigma]S_1$ .

Викладене дозволяє рекомендувати для використання зубці з мінімально армованими хвостовиками (зокрема сталевими). Такий захід дає значну економію дорогого твердого сплаву без шкоди для несучої здатності.

### Рациональний проект трикомпонентного з'єднання

Розглянемо композицію, складену із трьох компонент: пружного циліндра 1, пружної втулки 2 та безмежного пружного шару 3 із циліндричним отвором (рис. 4). Пружні та міцнісні характеристики усіх тіл приймемо однаковими:  $E_i = E, \nu_i = \nu, [\sigma]_i = [\sigma], (i = 1, 2, 3)$ . На поверхнях спряження  $r = r_1$  та  $r = r_2$  має місце контакт із заданими радіальними натягами  $\delta_1$  та  $\delta_2$  відповідно; внутрішній циліндр навантажено осьовою силою  $Q$ . Дослідимо напружений стан та несучу здатність конструкції.

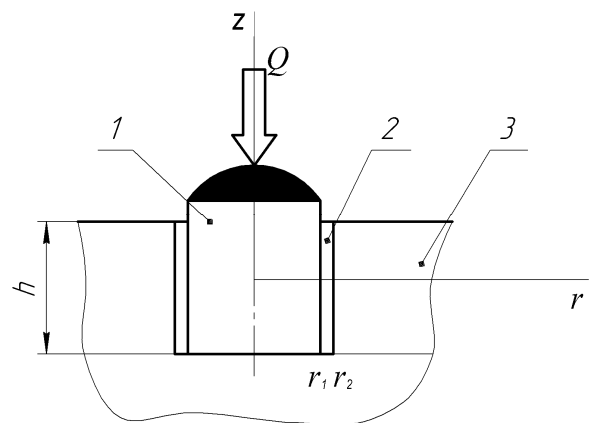


Рисунок 4 – Схема трикомпонентного з'єднання

Подібно до попереднього пункту треба розв'язати крайові задачі зумовленого натягами плоского напруженого стану

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ru_r) \right) = 0, \quad r \in (0, \infty) \setminus (\{r_1\} \cup \{r_2\});$$

$$u_r(0) = 0,$$

$$u_r(r_i + 0) - u_r(r_i - 0) = \delta_i, \quad i = 1, 2,$$

$$\sigma_r(r_i + 0) - \sigma_r(r_i - 0) = 0, \quad i = 1, 2,$$

$$\sigma_r(\infty) = 0. \quad (13)$$

та антиплоскої деформації, спричиненої осьовим навантаженням:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_{rz}}{dr} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= \frac{Q}{S_0 h} H(r_1 - r), \quad r \in (0, \infty); \\ \tau_{rz}(0) &= 0, \\ u_z(r_i + 0) - u_z(r_i - 0) &= 0, \\ \tau_{rz}(r_i + 0) - \tau_{rz}(r_i - 0) &= 0, \quad i = 1, 2, \\ \tau_{rz}(\infty) &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Розв'язок задачі (13) будемо як суперпозицію вкладів від стрибків переміщення  $u_r$  на поверхнях  $r = r_i$ ,  $i = 1, 2$ , використовуючи результат (3) для однієї поверхні розриву. Для напружень дістали такі вирази

$$\begin{aligned} \sigma_r(r) &= -\frac{E}{2} \sum_{i=1}^2 \left( 1 - \left( 1 - \frac{r_i^2}{r^2} \right) H(r - r_i) \right) \frac{\delta_i}{r_i}, \\ \sigma_\theta(r) &= -\frac{E}{2} \sum_{i=1}^2 \left( 1 + \left( 1 + \frac{r_i^2}{r^2} \right) H(r - r_i) \right) \frac{\delta_i}{r_i}, \\ \tau_{rz}(r) &= \frac{Q}{S_1} \frac{r}{r_1} \left( 1 - \left( 1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) H(r - r_1) \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Еквівалентні напруження знаходимо за формулою (4).

Цілісність композиції буде забезпечено у разі неруйнування усіх деталей, за відсутності фрикційного проковзування в контактах при нерозкритих стиках:

$$\begin{aligned} \max_r \sigma_{eq} &\leq [\sigma], \\ |\tau_{rz}|(r_i) &\leq -f \sigma_r(r_i), \quad i = 1, 2, \\ \sigma_r(r_i) &\leq 0, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (16)$$

Формули (15) свідчать, що напруження є загалом кусково-монотонними функціями від радіальної координати, відтак небезпечний стан конструкцій буде досягатися на котрійсь із поверхонь розмежування деталей (зовні або зсередини). Докладний аналіз показує, що найбільші еквівалентні напруження  $\max_r \sigma_{eq}(r)$  слід шукати серед чотирьох величин  $\sigma_{eq}(r_i \pm 0)$ ,  $i = 1, 2$ . Вибір залежатиме від співвідношення геометричних розмірів деталей  $k = r_1/r_2$  та від рівня навантаження.

Подібно до попереднього пункту подальший виклад провадимо у безрозмірних змінних

$$x_i = \frac{E}{2[\sigma]} \frac{\delta_i}{r_i}, \quad i = 1, 2; \quad x_3 = \frac{Q}{[\sigma] S_1}.$$

Тоді з виразів (15), (4) знаходимо безрозмірні величини напружень на поверхнях  $r = r_i \pm 0$ ,  $i = 1, 2$ :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_r(r_1 - 0)}{[\sigma]} &= -(x_1 + x_2), \quad \frac{\sigma_r(r_1 + 0)}{[\sigma]} = -(x_1 + x_2); \\ \frac{\sigma_\theta(r_1 - 0)}{[\sigma]} &= -(x_1 + x_2), \quad \frac{\sigma_\theta(r_1 + 0)}{[\sigma]} = x_1 + x_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{rz}(r_1 - 0)}{[\sigma]} &= x_3, \quad \frac{\tau_{rz}(r_1 + 0)}{[\sigma]} = x_3, \\ \frac{\sigma_r(r_2 - 0)}{[\sigma]} &= -(k^2 x_1 + x_2), \quad \frac{\sigma_r(r_2 + 0)}{[\sigma]} = -(k^2 x_1 + x_2), \\ \frac{\sigma_\theta(r_2 - 0)}{[\sigma]} &= k^2 x_1 - x_2, \quad \frac{\sigma_\theta(r_2 + 0)}{[\sigma]} = k^2 x_1 + x_2, \\ \frac{\tau_{rz}(r_2 - 0)}{[\sigma]} &= k x_3, \quad \frac{\tau_{rz}(r_2 + 0)}{[\sigma]} = k x_3. \end{aligned} \quad (17)$$

Відповідно для еквівалентних напружень

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{eq}(r_1 - 0)}{[\sigma]} &= \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + 3x_3^2}, \\ \frac{\sigma_{eq}(r_1 + 0)}{[\sigma]} &= \sqrt{3x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2}, \\ \frac{\sigma_{eq}(r_2 - 0)}{[\sigma]} &= \sqrt{3k^4 x_1^2 + x_2^2 + 3k^2 x_3^2}, \\ \frac{\sigma_{eq}(r_2 + 0)}{[\sigma]} &= \sqrt{3(k^2 x_1 + x_2)^2 + 3k^2 x_3^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Враховуючи формули (17), (18), обмеження (16) подамо у вигляді

$$(x_1 + x_2)^2 + 3x_3^2 \leq 1, \quad (19)$$

$$3x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 \leq 1, \quad (20)$$

$$3k^4 x_1^2 + x_2^2 + 3k^2 x_3^2 \leq 1, \quad (21)$$

$$3(k^2 x_1 + x_2)^2 + 3k^2 x_3^2 \leq 1, \quad (22)$$

$$|x_3| \leq f_1(x_1 + x_2), \quad (23)$$

$$k|x_3| \leq f_2(k^2 x_1 + x_2), \quad (24)$$

$$-x_1 - x_2 \leq 0, \quad (25)$$

$$-k^2 x_1 - x_2 \leq 0. \quad (26)$$

Таким чином, область допустимих значень безрозмірних натягів  $x_1$ ,  $x_2$  та безрозмірного навантаження  $x_3$  у тривимірному півпросторі  $x_1, x_2, |x_3|$  обмежена поверхнями кругового (19) та еліптичного (22) циліндрів, еліпсоїдів (20), (21) та належить півпросторам (23)–(26), обмеженим плоскими поверхнями.

Комбінацію натягів  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ , які забезпечують найбільше значення  $\max_{x_1, x_2} |x_3|$ , знаходимо числово за фіксованих параметрів геометрії з'єднання  $k$  та трибології  $f$  поверхонь.

#### Аналіз

Під час розрахунків прийняли  $r_2/r_1 = k^{-1} = 1.2$  та варіювали  $f = 0.1 - 0.7$ . Окремі результати обчислень оптимальних параметрів з'єднань наведено у таблиці.

Колонки 2, 3 враховують результати (10) для з'єднання шарошки із сталевим хвостовиком, колонки 4, 5, 6 – раціональний проект три-

Таблиця – Результати оптимізації параметрів дво- та трикомпонентних композицій

$f$	Два тіла (сталь–сталь)		Три тіла (сталь–сталь–сталь)			Виграш, %	Три тіла (а.ж.–сталь–сталь) $\max x_3 $ [6]
	$x_1^*$	$\max x_3 $	$x_1^*$	$x_2^*$	$\max x_3 $		
1	2	3	4	5	6	7	8
0.1	0.570	0.057	0.401	0.296	0.069	20	0.074
0.4	0.536	0.214	0.386	0.268	0.257	20	0.27
0.7	0.470	0.329	0.311	0.257	0.397	20	0.41

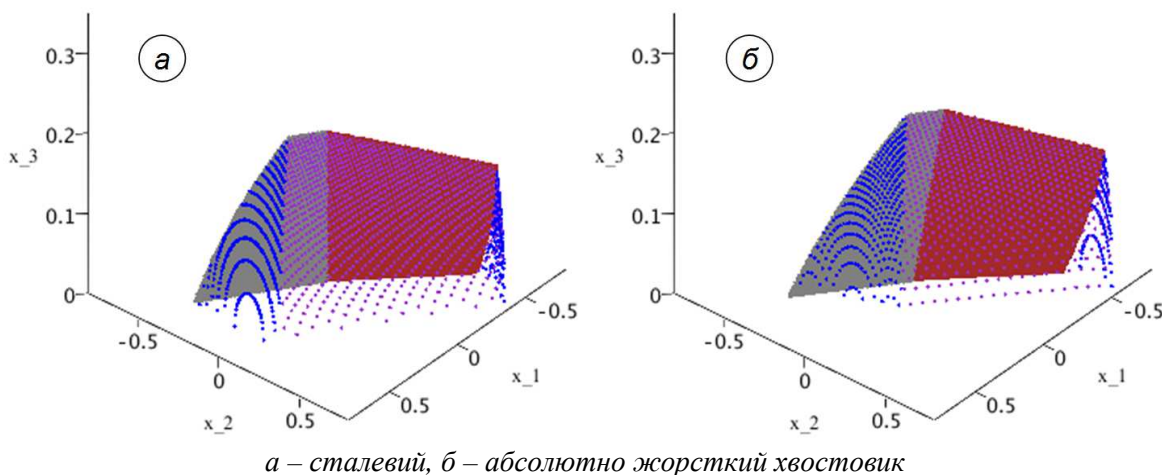
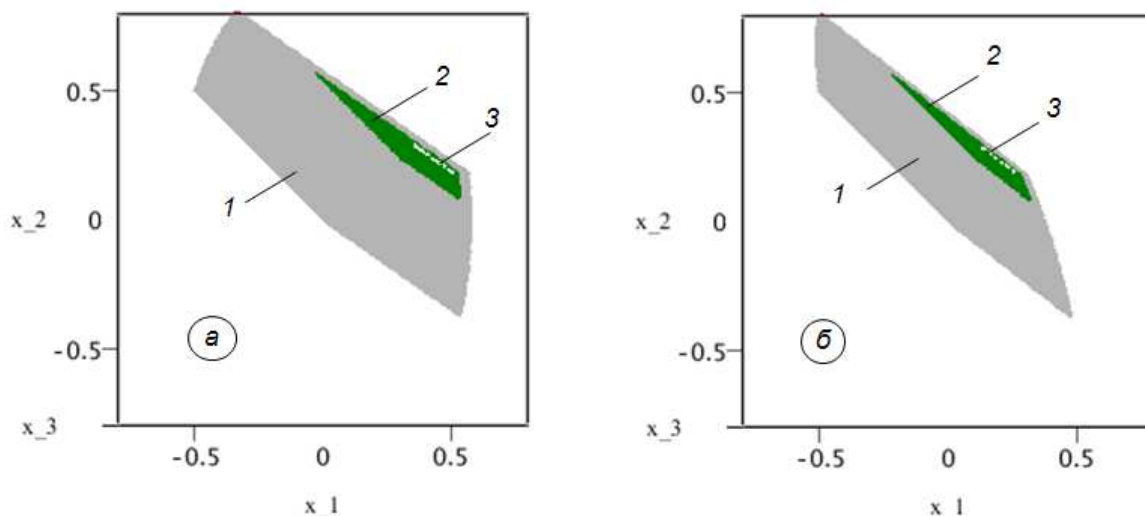


Рисунок 5 – Область допустимих значень параметрів  $x_1, x_2, |x_3|$



1 – область допустимих натягів на етапі збирання, 2 – область натягів, де спостерігається виграш трикомпонентної конструкції над двокомпонентною ( $|x_3| \geq 0.214$ ), 3 – оптимальні значення натягів, що забезпечують  $\max|x_3| \approx 0.257$ ; а – сталевий, б – абсолютно жорсткий хвостовик.

Рисунок 6 – Проекція області допустимих значень  $x_1, x_2, |x_3|$  на площину  $x_3 = 0$

компонентного з'єднання “сталевий хвостовик–сталева втулка–сталева шарошка”. У колонці 7 – очікуваний виграш від застосування трикомпонентного з'єднання (порівнюються “стелі” конструкції з колонок 6 та 3). У останній колонці довідково подано значення  $\max|x_3|$  для трикомпонентного з'єднання з абсолютно жорстким хвостовиком, взяті з роботи [6].

На рис. 5 показано тривимірні області допустимих значень параметрів навантаження (два натяги і осьова сила) для трикомпонентних конструкцій при  $f = 0.4$ . Проекції цих областей на площину  $x_3 = 0$  зображено на рис. 6.

Подібно до двокомпонентних конструкцій  $\max Q$  у з'єднаннях з проміжною втулкою є

однаковим для варіантів кріплення із сталевим та з абсолютно жорстким хвостовиком. Цей екстремум забезпечується оптимальними натягами, розташованими на лініях 3 (рис. 6), положення яких уже залежить від пружних властивостей хвостовика. Так, оптимальні геометричні натяги для сталевих хвостовиків є загалом більшими, ніж для жорсткого. Для сталевих хвостовиків розширюються також області 1 та 2. Незначні розбіжності, зафіксовані у таблиці (колонка 8 проти колонки 6), пояснюються не надто точними обчисленнями [6].

### **Висновки**

Таким чином, у роботі розвинуто аналітичні підходи до побудови раціональних проектів з'єднань з натягом у шарошках, оснащених зубцями із сталевим хвостовиком. На базі найпростіших моделей плоского напруженого стану та антиплоскої деформації досліджено напружено-деформований стан дво- та трикомпонентного з'єднань композиційного зубця з шарошкою із заданими натягами на поверхнях спряження та під осьовим експлуатаційним навантаженням. Сформульовано та розв'язано задачі оптимізації щодо підбору оптимальних натягів, котрі би забезпечували найвище значення допустимого навантаження при виконанні умов міцності компонент та вимог непроковзування і нерозкриття стиків. Проведено зіставлення раціональних проектів дво- та трикомпонентного з'єднань для зубців з абсолютно жорстким та сталевим хвостовиком.

Встановлено, що використання сталевих хвостовиків замість твердосплавних (у тому числі і для конструкції з проміжною втулкою) зберігає оптимізований максимум експлуатаційного навантаження. Цей максимум досягається різними значеннями геометричних натягів, залежними від матеріалу хвостовика. Отож, задля значної економії твердого сплаву рекомендовано використання мінімально армованих хвостовиків у з'єднаннях з підвищенням геометричним натягом без зниження допустимого навантаження. Крім того, уведення проміжної втулки із раціонально регульованими натягами дає 20%-ий вигравш у несучій здатності проти двокомпонентної конструкції (щоправда, з втратами у технологічності).

Подальше уточнення отриманих аналітичних результатів можна дістати, долучаючи умови міцності зубця, які зважають на нерівномірний розподіл напружень (насамперед аксіальних) по висоті, а також проводячи обчислювальний експеримент на складних геометричних моделях з урахуванням непружного деформування матеріалів.

### **Література**

1 Шарошечные долота: Международный транслятор-справочник: Международная инженерная энциклопедия / [Под науч. ред. В.Я. Кершенбаума, А.В. Торгашова, А.В. Торгашова]. – М.: Недра, 2000. – 245 с. – (Серия “Нефтегазовая техника и технология”).

2 Крылов К. А. Повышение эффективности и долговечности буровых долот / К. А. Крылов, О. А. Стрельцова. – М.: Недра, 1983. – 206 с.

3 Яким Р. С. Науково-практичні основи технології виготовлення тришарошкових бурових доліт та підвищення їх якості і ефективності: Монографія / Р. С. Яким, Ю. Д. Петрина, І. С. Яким. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2011. – 384 с.

4 Богомолов Р. М. Исследование напряженно-деформированного состояния при прессовке твердосплавных элементов вооружения шарошки бурового долота / Р. М. Богомолов, Л. В. Морозов, Н. В. Носов, В. И. Кремлев // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. – 2005. – Вып. 39. – С. 98–103.

5 Кремлев В. И. Повышение долговечности буровых шарошечных долот на основе совершенствования технологии сборки и упрочнения шарошек с твердосплавными зубками: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.08 / В. И. Кремлев; Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования “Самар. гос. техн. ун-т”. – Самара, 2009. – 19 с.

6 Корнута В. А. Порівняльна оцінка несучої здатності дво- та трикомпонентного з'єднання “шарошка-твердосплавна вставка” / В. А. Корнута, І. П. Шацький // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2010. – № 1. – С. 101–105.

7 Корнута В. Про розсіювання енергії в циклічно навантаженому контактні зубця з шарошкою / В. Корнута, І. Шацький // Вісник Терноп. нац. техн. ун-ту. – 2012. – № 3. – С. 49–56.

8 Шацький І. Раціональний підбір натягів у з'єднаннях композиційних зубців з шарошкою / І. Шацький, В. Корнута, І. Шуляр // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Тези доп. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2012. – 182 с.

9 Шацький І. П. Раціональний підбір натягу у з'єднанні зубця з шарошкою / І. П. Шацький, І. О. Шуляр, В. А. Корнута, Л. Я. Роп'як // Прогресивні технології і системи машинобудування. – 2013. – Вип. 45. – С. 17–25.

10 Бугай Ю. Н. Центробежно-армированный породоразрушающий буровой инструмент / Ю. Н. Бугай, И. В. Воробьев. – Львов: Выща школа, Изд-во при Львовском ун-те, 1989. – 208 с.

11 Петрина Ю. Д. Аналіз надійності з'єднання “зубок – шарошка” для комбінованих зубків / Ю. Д. Петрина, Б. О. Борушак, В. І. Артим // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – Серія.: Нафтогазопромислове обладнання. – 1997. – № 34. – С. 101–105.

12 Пат. 44935 У Україна, МПК (2009) E21B 10/46. Робочий орган інструменту з твердосплавними вставками / Корнута В. А., Драганчук О. Т., Корнута О. В.; заявник та патенто-власник Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу. – № u200903171; заявл. 03.04.2009; опубл. 26.10.2009, Бюл. № 20.

13 Пат. 38856 U Україна, МПК (2009) E 21 B 10/46. Породоруйнівна вставка / Петрина Ю. Д., Яким Р. С., Пасинович Т. Б. ; заявник та патентовласник Івано-Франківський державний технічний університет нафти і газу. — № u200809040 ; заявл. 10.07.2008 ; опубл. 26.01.2009, Бюл. № 2.

14 Гречищев Е. С. Соединения с натягом : Расчеты, проектирование, изготовление / Е. С. Гречищев, А. А. Ильяшенко. — М. : Машиностроение, 1981. — 247 с.

15 Кулиш Е. В. Напряженно-деформированное состояние и нагрузочная способность прессовых полисоединений : автореф. дисс. на соиск. научн. степени канд. техн. наук : спец. 01.02.06 “Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры” / Е. В. Кулиш — Ижевск, 2009. — 20 с.

16 Корнута В.А. Удосконалення конструкції шарошок та озброєння бурових доліт з урахуванням їх напруженого стану: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук, спец. 05.05.12 – Машини нафтової та газової промисловості. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2011. – 18 с.

17 Аналіз несучої здатності трикомпонентних з'єднань композиційних зубців з шарошкою долота / [І. О. Шуляр, І. П. Шацький, В. А. Корнута, Л. Я. Роп'як] // Тези доп. міжнар. наук.-техн. конф. «Інноваційні технології буріння свердловин, видобування нафти і газу та підготовки фахівців для нафтогазової галузі», 3-6 жовтня 2012 р. – Івано-Франківськ, 2012. – С. 22–23.

*Стаття надійшла до редакційної колегії*  
25.01.13

*Рекомендована до друку*  
професором **Петриною Ю.Д.**  
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)  
професором **Гуреєм І.В.**  
(Національний університет  
«Львівська політехніка», м. Львів)