

## УЗАГАЛЬНЕНІ ДИНАМІЧНІ КРИТЕРІЇ ОПТИМАЛЬНИХ РЕЖИМІВ ПУСКУ МЕХАНІЗМІВ ПІДЙОМУ ВАНТАЖУ КРАНІВ

<sup>1</sup> В.С.Ловейкін, <sup>2</sup> Ю.В.Човнюк, <sup>2</sup> М.Г.Діктерук, <sup>2</sup> О.М.Шутовський

<sup>1</sup> Національний аграрний університет, 03041, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 15, тел. (044) 2415527

<sup>2</sup> Київський національний університет будівництва і архітектури, 03680, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, тел. (044) 2415527, e-mail: Dicteruk@ukr.net

Получены обобщенные динамические критерии оптимальных режимов пуска механизмов подъема груза кранов на основании уточненных моделей рассматриваемой системы.

The generalized dynamical criteria of the optimal regimes for the putting on of the (hoisting) cranes loading mechanisms are discussed and obtained. One may use for these purposes the precise models of such system.

Вантажопідйомні крани різних типів, модифікацій і вантажоспроможності широко використовуються в багатьох галузях народного господарства, в тому числі в нафтогазовій галузі та паливно-енергетичному комплексі. Складні умови експлуатації механічних систем підйому вантажу і механізмів їхнього спуску потребують удосконалення існуючих інженерних методів розрахунку подібних систем і підвищення їхньої точності. В даній статті ця проблема вирішується через моделювання динамічних характеристик таких систем і оптимізацію їхніх режимів роботи.

У межах припущень й позначень роботи [3] спрощена динамічна модель механізму підйому вантажопідйомного крана (рис. 1) зводиться до наступного. Маса ротора двигуна, гальмівного шківів, зубчастих коліс, барабана і вантажу зводяться до гілок канату. На рис. 1 прийняті такі позначення:  $m_{П1}$  – приведена маса вантажу до гілок канату;  $F_{П1}$ ,  $F_{П2}$  – приведені до канату сили від дії відповідно рушійного моменту на валу двигуна й ваги вантажу;  $C_{П}$  – приведена жорсткість гілок канату;  $X_1$ ,  $X_2$  – координати центрів мас відповідно  $m_{П1}$  і  $m_{П2}$ .

Приведення мас та моментів інерції тіл системи базується на рівності кінетичної енергії заданої й приведеної систем; приведення сил і моментів сил – на рівності робіт (потужностей), які виконують ці сили й моменти та їх приведені величини; приведення жорсткостей рівності потенціальних енергій, якими володіють пружні елементи заданої й приведеної систем.

Після реалізації процедури приведення мас, діючих сил та жорсткостей до гілок канату, що намотується на барабан для механізму підйому вантажопідйомного крана (рис. 1), за алгоритмом роботи [3], матимемо наступну систему звичайних диференціальних рівнянь для  $X_1(t)$ ,  $X_2(t)$  (крапка над  $X_{1,2}$  означає однократне диференціювання по часу  $t$ ):

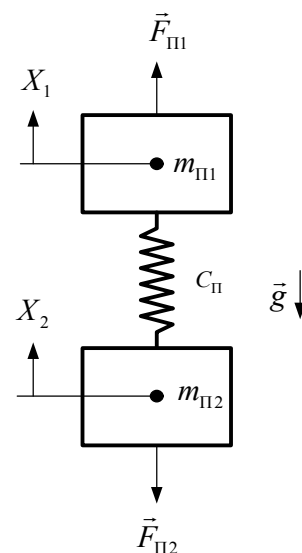


Рисунок 1 – Спрощена динамічна модель механізму підйому вантажопідйомного крана

$$\begin{cases} m_{П1} \cdot \ddot{X}_1 = F_{П1} - C_{П} \cdot (X_1 - X_2); \\ m_{П2} \cdot \ddot{X}_2 = C_{П} \cdot (X_1 - X_2) - F_{П2}, \end{cases} \quad (1)$$

де:

$$m_{П1} = 4 \cdot \frac{[(J_1 + J_2 + J_{31}) \cdot i^2 + J_{32} + J_4]}{D^2};$$

$$m_{П2} = \frac{m_6}{n^2} + 2H \cdot \tilde{m}_0;$$

$$C_{П} = \frac{2E \cdot S}{n^2} \cdot \left\{ \frac{1}{(n-1)h} + \frac{1}{H} \right\};$$

$$F_{П1} = \frac{2M_1 \cdot h_1 \cdot i}{D}; \quad F_{П2} = \frac{m_6 \cdot g}{h_2 \cdot n};$$

$h_1$  – ККД передачі від двигуна до барабана;

$h_2$  – ККД поліспастової системи.

Введемо позначення:

$$\Omega^2 = C_{П} \cdot \left( \frac{1}{m_{П1}} + \frac{1}{m_{П2}} \right). \quad (2)$$

Після нескладних перетворень (1) систему можна звести до одного диференціального рівняння для  $X_2(t)$ :

Узагальнене прискорення системи має вигляд

$$X_2^{(IV)} + \Omega^2 \cdot \ddot{X}_2 = \Omega^2 \cdot \frac{F_{\Pi 1} - F_{\Pi 2}}{m_{\Pi 1} + m_{\Pi 2}}; \quad (3)$$

$$a_{\text{узар.}} = \frac{1}{\Omega^2} \cdot X_2^{(IV)} + \ddot{X}_2 = \frac{F_{\Pi 1} - F_{\Pi 2}}{m_{\Pi 1} + m_{\Pi 2}}. \quad (4)$$

Як узагальнений динамічний критерій оптимального режиму пуску механізму підйому вантажу крана обираємо такий:

$$\left\{ \frac{1}{t_p} \cdot \int_0^{t_p} a_{\text{узар.}}^2(t) dt \right\}^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \min \quad (5)$$

або

$$\left\{ \frac{1}{t_p} \cdot \int_0^{t_p} \left( \frac{1}{\Omega^2} \cdot X_2^{(IV)} + \ddot{X}_2 \right)^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \min. \quad (6)$$

У (5), (6)  $t_p$  – тривалість перехідного процесу, поки швидкість підйому вантажу набере сталого значення  $v$ .

Застосовуючи відоме рівняння Ейлера [1, 2] до критерію (6), матимемо рівняння, якому повинна задовольняти координата  $X_2(t)$ :

$$\frac{1}{\Omega^4} \cdot X_2^{(VIII)} + \frac{2}{\Omega^2} \cdot X_2^{(VI)} + X_2^{(IV)} = 0 \quad (7)$$

або

$$X_2^{(VIII)} + 2\Omega^2 \cdot X_2^{(VI)} + \Omega^4 \cdot X_2^{(IV)} = 0. \quad (8)$$

Розв'язок (8) шукаємо у вигляді:

$$X_2(t) = A_0 + A_1 \cdot t + A_2 \cdot t^2 + A_3 \cdot t^3 + (A_4 + A_5 \cdot t) \cdot \cos(\Omega t) + (A_6 + A_7 \cdot t) \cdot \sin(\Omega t) \quad (9)$$

Початкові умови обираємо такі:

$$\begin{cases} X_2 = \dot{X}_2 = \ddot{X}_2 = \ddot{\ddot{X}}_2 = 0 \text{ при } t=0; \\ \dot{X}_2 = V = \frac{w_2 \cdot D}{2}; \\ \ddot{X}_2 = \ddot{\ddot{X}}_2 = X_2^{(IV)} = 0 \text{ при } t=t_p. \end{cases} \quad (10)$$

Оскільки  $X_2(t)$  обрана у вигляді (9), то для  $\dot{X}_2(t)$ ,  $\ddot{X}_2(t)$ ,  $\ddot{\ddot{X}}_2(t)$ ,  $X_2^{(IV)}(t)$  матимемо:

$$\begin{aligned} \dot{X}_2(t) &= A_1 + 2A_2 \cdot t + 3A_3 \cdot t^2 + \\ &+ A_5 \cdot \cos(\Omega t) + (A_4 + A_5 \cdot t) \cdot (-\Omega) \cdot \sin(\Omega t) + \\ &+ A_7 \cdot \sin(\Omega t) + (A_6 + A_7 \cdot t) \cdot \Omega \cdot \cos(\Omega t); \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \ddot{X}_2(t) &= 2A_2 + 6A_3 \cdot t - 2A_5 \cdot \Omega \cdot \sin(\Omega t) - \\ &- \Omega^2 \cdot (A_4 + A_5 \cdot t) \cdot \cos(\Omega t) + 2\Omega A_7 \cdot \cos(\Omega t) - \\ &- \Omega^2 \cdot (A_6 + A_7 \cdot t) \cdot \sin(\Omega t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\ddot{X}}_2(t) &= 6A_3 - A_5 \cdot \Omega^2 \cdot \cos(\Omega t) - \\ &- A_5 \cdot \Omega^2 \cdot \cos(\Omega t) + (A_4 + A_5 \cdot t) \cdot \Omega^3 \cdot \sin(\Omega t) + \\ &+ (-\Omega^2) \cdot 2A_7 \cdot \sin(\Omega t) + \\ &+ (A_6 + A_7 \cdot t) \cdot (-\Omega^3) \cdot \cos(\Omega t) = \\ &= 6A_3 - 2A_5 \cdot \Omega^2 \cdot \cos(\Omega t) + \\ &+ (A_4 + A_5 \cdot t) \cdot \Omega^3 \cdot \sin(\Omega t) - \\ &- 2\Omega^2 A_7 \cdot \sin(\Omega t) - \Omega^3 \cdot (A_6 + A_7 \cdot t) \cdot \cos(\Omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2^{(IV)}(t) &= 4A_5 \cdot \Omega^3 \cdot \sin(\Omega t) + \\ &+ (A_4 + A_5 \cdot t) \cdot \Omega^4 \cdot \cos(\Omega t) - 4A_7 \cdot \Omega^3 \cdot \cos(\Omega t) + \\ &+ (A_6 + A_7 \cdot t) \cdot \Omega^4 \cdot \sin(\Omega t). \end{aligned}$$

Підставляючи вирази (9), (11) у (10), отримуємо систему лінійних рівнянь для коефіцієнтів  $A_0, A_i, i = \overline{(1, 7)}$ :

$$\begin{cases} A_0 + A_4 = 0; A_1 + A_5 + A_6 \cdot \Omega = 0; \\ 2A_2 - A_4 \cdot \Omega^2 + 2A_7 \cdot \Omega = 0; \\ 6A_2 - 3A_5 \cdot \Omega^2 - A_6 \cdot \Omega^3 = 0; \\ A_1 + 2A_2 \cdot t_p + 3A_3 \cdot t_p^2 + A_5 \cdot \cos(\Omega t_p) - \\ - (A_4 + A_5 \cdot t_p) \cdot \Omega \cdot \sin(\Omega t_p) + A_7 \cdot \sin(\Omega t_p) + \\ + (A_6 + A_7 \cdot t_p) \cdot \Omega \cdot \cos(\Omega t_p) = V = \frac{w_2 \cdot D}{2}; \\ 2A_2 + 6A_3 \cdot t_p - 2A_5 \cdot \Omega \cdot \sin(\Omega t_p) - \Omega^2 \times \\ \times (A_4 + A_5 \cdot t_p) \cdot \cos(\Omega t_p) + 2A_7 \cdot \Omega \cdot \cos(\Omega t_p) - \\ - \Omega^2 \cdot (A_6 + A_7 \cdot t_p) \cdot \sin(\Omega t_p) = 0; \\ 6A_3 - 3A_5 \cdot \Omega^2 \cdot \cos(\Omega t_p) + (A_4 + A_5 \cdot t_p) \times \\ \times \Omega^3 \cdot \sin(\Omega t_p) - 3A_7 \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega t_p) - \\ - \Omega^3 \cdot (A_6 + A_7 \cdot t_p) \cdot \cos(\Omega t_p) = 0; \\ 4A_5 \cdot \Omega^3 \cdot \sin(\Omega t_p) + (A_4 + A_5 \cdot t_p) \times \\ \times \Omega^4 \cdot \cos(\Omega t_p) - 4A_7 \cdot \Omega^3 \cdot \cos(\Omega t_p) + \\ + (A_6 + A_7 \cdot t_p) \cdot \Omega^4 \cdot \sin(\Omega t_p) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Запишемо систему рівнянь (12) у більш зручному (компактному) вигляді

$$\|a\| \cdot \|A\| = \|B\|, \quad (13)$$

де  $\|a\|$  – матриця коефіцієнтів  $a_{ij}, (i, j) = \overline{(1, 8)}$ , яка має розмірність  $\dim \|a\| = [8 \times 8]$ ;  $\|A\|$  – матриця коефіцієнтів  $A_0, A_i, i = \overline{(1, 7)}$  що має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \|A\| = [A_0; A_1; A_2; A_3; A_4; A_5; A_6; A_7]^T; \\ \dim \|A\| = [8 \times 1]. \end{array} \right. \quad (14)$$

$\|B\|$  – матриця, яка має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \|B\| = [0; 0; 0; 0; V; 0; 0; 0]^T; \\ \dim \|B\| = [8 \times 1]. \end{array} \right. \quad (15)$$

Коефіцієнти  $a_{ij}$  визначаються з наступних співвідношень:

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1; a_{12} = a_{13} = a_{14} = 0; a_{15} = 1; \\ a_{16} &= a_{17} = a_{18} = 0; a_{21} = 0; a_{22} = 1; \\ a_{23} &= a_{24} = a_{25} = 0; a_{26} = 1; a_{27} = \Omega; \\ a_{28} &= 0; a_{31} = 0; a_{32} = 0; a_{33} = 2; a_{34} = 0; \\ a_{35} &= -\Omega^2; a_{36} = a_{37} = 0; a_{38} = 2\Omega; \\ a_{41} &= a_{42} = a_{43} = 0; a_{44} = 6; a_{45} = 0; \\ a_{46} &= -3\Omega^2; a_{47} = -\Omega^3; a_{48} = 0; a_{51} = 0; \\ a_{52} &= 1; a_{53} = 2t_p; a_{54} = 3t_p^2; \\ a_{55} &= -\Omega \sin(\Omega t_p); a_{56} = \cos(\Omega t_p) - \Omega t_p \cdot \sin(\Omega t_p); \\ a_{57} &= \Omega \cos(\Omega t_p); a_{58} = \sin(\Omega t_p) + \Omega t_p \cos(\Omega t_p); \\ a_{61} &= 0; a_{62} = 0; a_{63} = 2; a_{64} = 6t_p; \\ a_{65} &= -\Omega^2 \cos(\Omega t_p); a_{67} = -\Omega^2 \sin(\Omega t_p); \\ a_{66} &= -2\Omega \sin(\Omega t_p) - \Omega^2 \cdot t_p \cos(\Omega t_p); \\ a_{68} &= 2\Omega \cdot \cos(\Omega t_p) - \Omega^2 \cdot t_p \cdot \sin(\Omega t_p); \\ a_{71} &= a_{72} = a_{73} = 0; a_{74} = 6; a_{75} = \Omega^3 \sin(\Omega t_p); \\ a_{76} &= \Omega^3 \cdot t_p \sin(\Omega t_p) - 3\Omega^2 \cos(\Omega t_p); \\ a_{77} &= -3\Omega^2 \cos(\Omega t_p); \\ a_{78} &= -3\Omega^2 \sin(\Omega t_p) - \Omega^3 \cdot t_p \cos(\Omega t_p); \\ a_{81} &= a_{82} = a_{83} = a_{84} = 0; a_{85} = \Omega^4 \cos(\Omega t_p); \\ a_{86} &= 4\Omega^3 \sin(\Omega t_p) - \Omega^4 \cdot t_p \cos(\Omega t_p); \\ a_{87} &= \Omega^4 \sin(\Omega t_p); \\ a_{88} &= -4\Omega^3 \cos(\Omega t_p) + \Omega^4 \cdot t_p \sin(\Omega t_p). \end{aligned}$$

Систему (13) можна легко розв'язати за допомогою правила Крамера.

У таблиці 1 наведені значення  $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$  розраховані на ПЕОМ для різноманітних значень  $V, \Omega, t_p$ .

На рис. 2, 3 зображені графіки залежностей  $\dot{X}_2(t), \ddot{X}_2(t), \ddot{\ddot{X}}_2(t), X_2^{(IV)}(t)$  (рис. 1) для  $V, \Omega, t_p$ , прийнятих у таблиці 1.

## Висновки

Визначені основні параметри динамічних моделей механізму підйому вантажопідйомного крана.

Запропонована уточнена розрахункова схема механічної частини механізму підйому вантажу крана.

Визначені головні кінематичні характеристики руху вантажу на канаті, зокрема, прискорення, моменти часу, у які вказане прискорення набуває максимальних значень, що особливо небезпечно впливають на міцність канату.

Розглянуті й проаналізовані умови нестійкості вертикальних коливань вантажу на канаті, що дозволяють розгойдування системи до небезпечних за амплітудою коливань значень.

Досліджені основні динамічні та кінематичні характеристики тримасової моделі пружної механічної системи підйому вантажу крана.

Встановлені узагальнені динамічні критерії оптимальних режимів пуску механізмів підйому вантажу кранів на основі досліджених моделей розглядуваної системи.

Одержані у роботі залежності та критерії оптимальних режимів пуску механізмів підйому вантажу кранів можуть бути використані у подальшому для вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку подібних систем та суттєво підвищують їх точність.

## Література

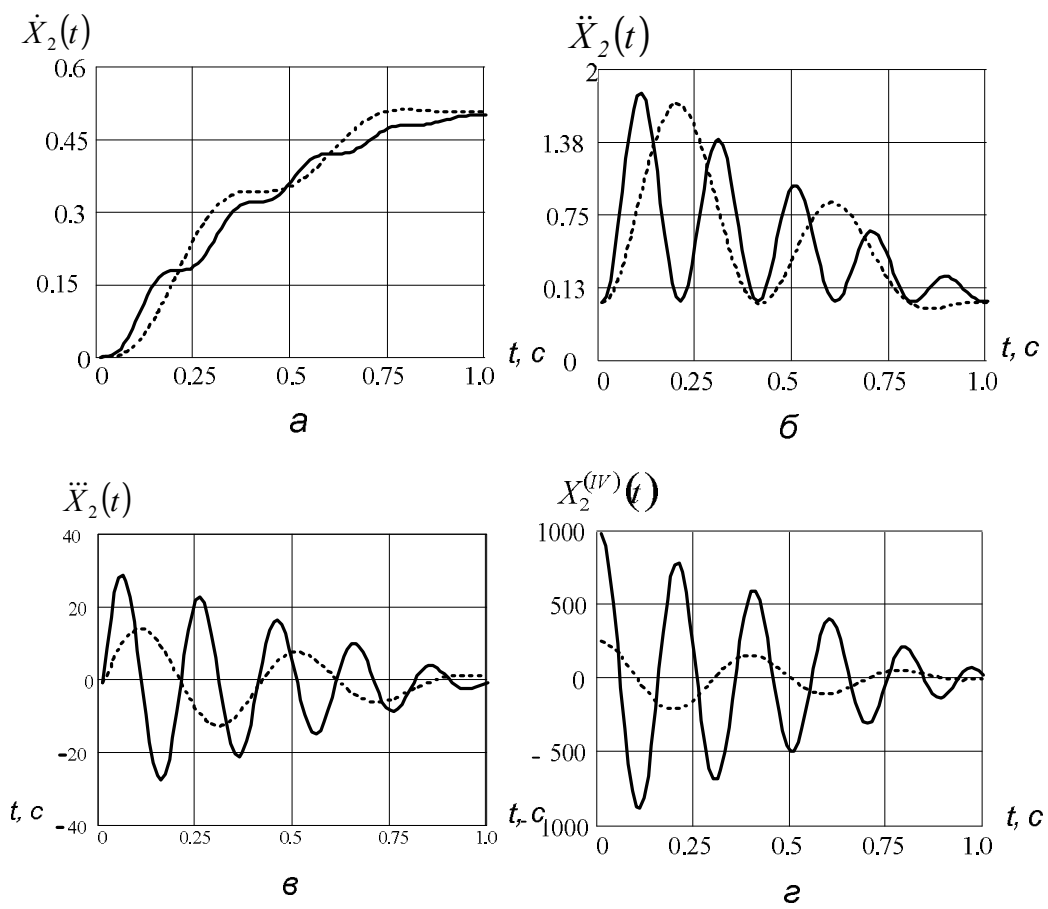
1 Ловеїкін В.С. Критерії оцінки режимів руху механізмів і машин // Збірник наукових праць НАУ. – К., 1998. – Т.4. – С. 8-12.

2 Ловеїкін В.С. Оптимізація режимів руху машин і механізмів // Машинознавство. – 1999. – №7(6). – С.24-31.

3 Ловеїкін В.С., Назаренко І.І., Онищенко О.Г. Теорія технічних систем. – Київ-Полтава: ІЗМН – ПДТУ, 1998. – 175 с.

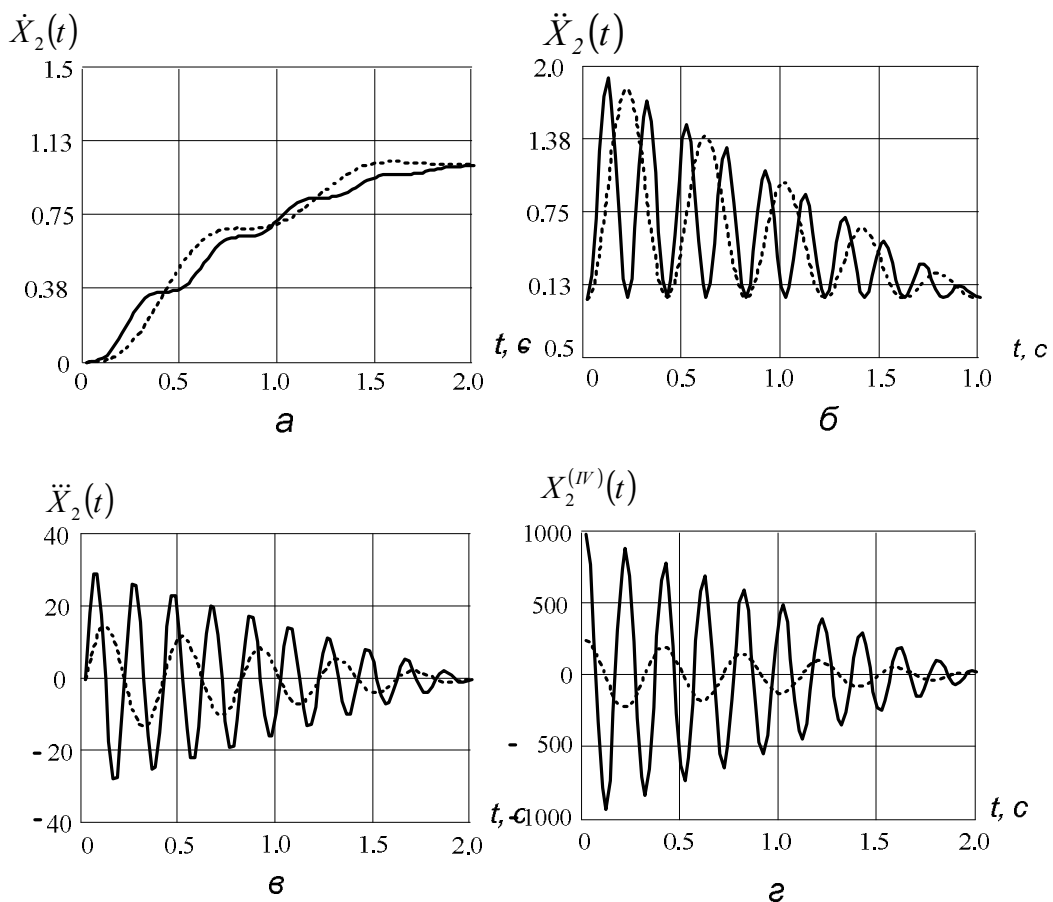
Таблиця 1

$V, \text{ м/с}$	$A_i$	$t_p = 1\text{с}$		$t_p = 2\text{с}$	
		$\Omega = 10\rho, \text{ с}^{-1}$	$\Omega = 5\rho, \text{ с}^{-1}$	$\Omega = 10\rho, \text{ с}^{-1}$	$\Omega = 5\rho, \text{ с}^{-1}$
0,5	$A_0$	-1.011E-3	-4.366E-3	-5.063E-4	-2.022E-3
	$A_1$	-1.011E-3	-4.082E-3	-2.532E-4	-1.011E-3
	$A_2$	0.499	0.53	0.25	0.249
	$A_3$	-0.166	-0.18	-0.042	-0.042
	$A_4$	1.011E-3	4.366E-3	5.063E-4	2.022E-3
	$A_5$	-1.011E-3	-4.224E-3	-2.532E-4	-1.011E-3
	$A_6$	6.437E-5	5.288E-4	1.612E-5	1.287E-4
	$A_7$	0	5.558E-4	0	0
1,0	$A_0$	-2.022E-3	-8.731E-3	-1.013E-3	-4.045E-3
	$A_1$	-2.022E-3	-8.165E-3	-5.063E-4	-2.022E-3
	$A_2$	0.998	1.06	0.5	0.499
	$A_3$	-0.333	-0.359	-0.083	-0.083
	$A_4$	2.022E-3	8.731E-3	1.013E-3	4.045E-3
	$A_5$	-2.022E-3	-8.448E-3	-5.063E-4	-2.022E-3
	$A_6$	1.287E-4	1.058E-3	3.224E-5	2.575E-4
	$A_7$	0	1.112E-3	0	0



а –  $\dot{X}_2(t)$ , б –  $\ddot{X}_2(t)$ , в –  $\dddot{X}_2(t)$ , г –  $X_2^{(IV)}(t)$ ;  
 суцільна  $\Omega = 10 \cdot \rho, \text{ с}^{-1}, t_p = 1\text{с}, v = 0.5\text{м/с}$ ;  
 пунктирна  $\Omega = 5 \cdot \rho, \text{ с}^{-1}; t_p = 1\text{с}, v = 0.5\text{м/с}$ ;

Рисунок 2 — Графіки залежностей



$a - \dot{X}_2(t), б - \ddot{X}_2(t), в - \dddot{X}_2(t), г - X_2^{(IV)}(t);$   
**суцільна**  $\Omega = 10 \cdot \rho, c^{-1}, t_p = 2 c, v = 1.0 m/c;$   
**пунктирна**  $\Omega = 5 \cdot \rho, c^{-1}; t_p = 2 c, v = 1.0 m/c;$

**Рисунок 3 — Графіки залежностей**