

ВПЛИВ ЖОРСТКОСТІ ВІБРОІЗОЛЯТОРА НА КОЛИВАННЯ ЛІФТОВОЇ КОЛОНИ ПІД ЧАС ЕКСПЛУАТАЦІЇ СВЕРДЛОВИНИ ПІДЗЕМНОГО СХОВИЩА ГАЗУ

¹С.Ф.Савула, ²Є.В.Харченко

¹ Філія УМГ «Львівтрансгаз», 79047, м. Львів, вул. Рубчака, 3, тел. (0322) 635016; факс (0322) 645728

² Національний університет «Львівська політехніка», 79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12, e-mail: kharchen@poczta.onet.pl

Во время закачивания газа из магистрального трубопровода в газовое хранилище или его отбора в скважине возникают турбулентные процессы, возбуждающие интенсивные колебания лифтовой колонны. Это приводит к самопроизвольному отвинчиванию насосно-компрессорных труб, вследствие чего они выходят из строя, нарушается нормальный режим работы скважины. Установка в нижней части колонны виброизолятора позволяет существенно уменьшить амплитуды колебаний лифтовой колонны. В статье рассматривается влияние жёсткости виброизолятора на колебания лифтовой колонны и на возникающие в ней крутящие моменты во время эксплуатации скважины подземного газохранилища.

While pumping gas from the main pipeline into the gas storage and vice versa, turbulent processes appear in the well that quite often results in considerable vibrations of the lower part of the column of the tubing string. Because of this, the column screw thread halving is weakened; lower pipes sometimes unscrew and fall into the well. It substantially violates the normal operating mode of the gas storage and negatively affects its productivity. If the lower end of the column is not fastened then it takes the dominant role in the vibration processes. Fixing the lower part of the column by means of spacing devices substantially enables decreasing the amplitude of the tubing string and improving the conditions of the screw thread halving.

1. Вступ

Технологічні процеси нагнітання газу в підземне сховище та процеси відбору газу супроводжуються інтенсивними вібраціями ліфтових колон свердловин (колон насосно-компресорних труб) [9]. Збурення динамічних явищ виникає внаслідок дії на нижню частину колонні струменів газу, який перебуває у турбулентному русі. Це нерідко призводить до самовільного відкручування нижніх насосно-компресорних труб, внаслідок чого погіршується захист обсадної колонні від абразивного зношування, дестабілізується режим роботи свердловини. Відкручені труби під час падіння на дно свердловини виходять з ладу. Аналіз умов роботи насосно-компресорних труб та їхніх різьбових з'єднань безпосередньо пов'язаний з дослідженням коливань ліфтової колонні.

Питанням динаміки зануреної у свердловину колонні труб в літературі приділяється велика увага. Широко висвітлені, зокрема, результати досліджень поздовжніх і крутильних коливань бурильних та ліфтових колон як прямих стрижнів [5, 6, 8, 11]. Розглядаються також коливання бурильної колонні з криволінійною віссю [2], аналіз яких здійснюється на основі теорії криволінійних стрижнів [1, 3, 10]. Як показали одержані результати, вплив викривлення осі колонні на її власні частоти і форми та на амплітуди поздовжніх і крутильних вимушених коливань є незначним. Однак, в процесі поперечних коливань ліфтової колонні насосно-компресорні труби взаємодіють зі стінкою свердловини [9]. Ця механічна взаємодія суттєво

залежить від викривлення осі свердловини і безпосередньо впливає на характер розподілу крутильних моментів по довжині колонні. Просторові (поперечно-крутильні) коливання ліфтової колонні є мало вивченими і потребують детальнішого розгляду.

Виходячи із сучасного стану проблеми, розробляється математична модель і алгоритм розрахунку поперечно-крутильних коливань ліфтової колонні з урахуванням взаємодії насосно-компресорних труб зі стінкою свердловини і досліджується вплив жорсткості виброізолятора [7] на коливання ліфтової колонні під час експлуатації свердловини підземного сховища газу. Розрахунок динамічного процесу виконується методом скінченних елементів [4] з урахуванням незначного просторового викривлення осі свердловини. Дослідження спрямовані на обґрунтування коефіцієнтів жорсткості виброізоляторів, застосування яких дало б можливість суттєво зменшити рівні вібрацій насосно-компресорних труб і забезпечити, за рахунок цього, працездатність ліфтових колон підземних сховищ газу.

2. Математична модель поперечно-крутильних коливань ліфтової колонні

Колону насосно-компресорних труб розглядаємо як стрижень, що має в недеформованому стані прямолінійну вісь, а в робочому стані – вісь, викривлену в просторі у зв'язку з криволінійністю осі свердловини. Елементарні ділянки насосно-компресорних труб під дією внутрішніх сил можуть вільно переміщуватися

у поперечних напрямках лише на величину зазору між насосно-компресорними і обсадними трубами. Цілком очевидно, що характер як статичної, так і динамічної взаємодії колони зі стінкою свердловини суттєво залежать від форми осі свердловини.

Для побудови скінченно-елементної моделі опущеної у свердловину ліфтової колони розбиваємо стержень на n ділянок довжинами l_1, l_2, \dots, l_n (рис. 1), а його розподілену масу замінюємо зосередженими у вузлах масами

$$m_i = \frac{1}{2} \rho (A l_i + A_{i+1} l_{i+1}) \quad (i=1, 2, \dots, n-1);$$

$$m_n = \frac{1}{2} \rho A_n l_n, \quad (1)$$

де ρ – густина матеріалу; A_i, l_i ($i=1, 2, \dots, n$) – площі поперечних перерізів і довжини ділянок.

Рух колони насосно-компресорних труб розглядаємо в декартовій системі координат x, y, z (рис. 1), вісь x якої направлена вертикально вниз, а початок координат O збігається зі спільним центром верхніх крайніх поперечних перерізів колони і свердловини. Рівняння викривленої осі свердловини задаємо у вигляді

$$y = y_0(x); \quad z = z_0(x) \quad (0 \leq x \leq l), \quad (2)$$

де l – глибина занурення колони у свердловину.

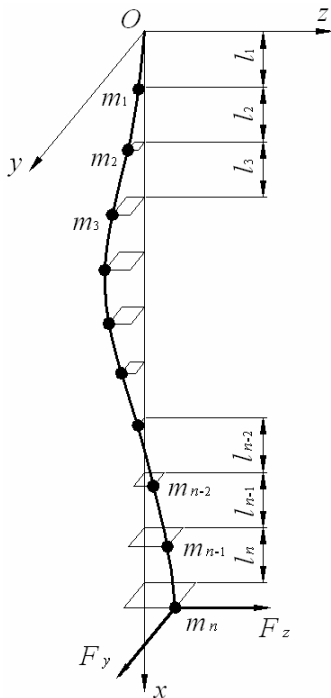


Рисунок 1 — Дискретна модель колони насосно-компресорних труб

Розглянемо взаємодію у площині xOy двох сусідніх ділянок колони з вузлом, який їх сполучає (рис. 2), позначивши переміщення вузла з порядковим номером i ($i=1, 2, \dots, n$) в напрямі осі y як y_i ; кут повороту цього вузла в напрямі руху стрілки годинника – як φ_i ; проекцію на вісь x реакції стінки свердловини на даний вузол – як R_{yi} ; поперечні сили і згинальні моменти на кінцях ділянки (скінченного елемента) з порядковим номером i – як $Q_{1i}, M_{1i}, Q_{2i}, M_{2i}$.

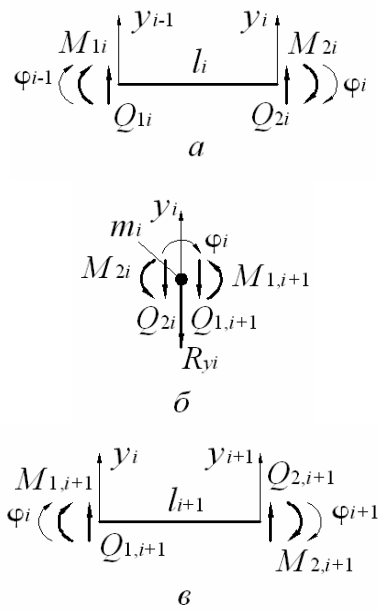


Рисунок 2 — Сили, що діють на скінченні елементи колони та на з'єднувальні вузли

Згідно з технічною теорією згину та з урахуванням рівності нулю поступального і обертального переміщень защемленого верхнього кінця колони запишемо вирази внутрішніх сил, що передаються на вузли колони,

$$\begin{pmatrix} Q_{21} \\ M_{21} \end{pmatrix} = \frac{2EI_1}{l_1^3} \begin{pmatrix} 6 & 3l_1 \\ 3l_1 & 2l_1^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} + \frac{2v_0 I_1}{l_1^3} \begin{pmatrix} 6 & 3l_1 \\ 3l_1 & 2l_1^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ \eta_1 \end{pmatrix}; \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} Q_{2i} \\ M_{2i} \end{pmatrix} = \frac{2EI_i}{l_i^3} \begin{pmatrix} -6 & 3l_i \\ -3l_i & l_i^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_{i-1} \\ \varphi_{i-1} \end{pmatrix} + \frac{2EI_i}{l_i^3} \begin{pmatrix} 6 & 3l_i \\ 3l_i & 2l_i^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_i \\ \varphi_i \end{pmatrix} + \frac{2v_0 I_i}{l_i^3} \begin{pmatrix} -6 & 3l_i \\ -3l_i & l_i^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{i-1} \\ \eta_{i-1} \end{pmatrix} + \frac{2v_0 I_i}{l_i^3} \begin{pmatrix} 6 & 3l_i \\ 3l_i & 2l_i^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_i \\ \eta_i \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$(i=2, 3, \dots, n);$

$$\begin{pmatrix} Q_{1,i+1} \\ M_{1,i+1} \end{pmatrix} = \frac{2EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \begin{pmatrix} 6 & -3l_{i+1} \\ -3l_{i+1} & 2l_{i+1}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_i \\ \varphi_i \end{pmatrix} + \frac{2EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \begin{pmatrix} -6 & -3l_{i+1} \\ 3l_{i+1} & l_{i+1}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_{i+1} \\ \varphi_{i+1} \end{pmatrix} + \frac{2v_0 I_{i+1}}{l_{i+1}^3} \begin{pmatrix} 6 & -3l_{i+1} \\ -3l_{i+1} & 2l_{i+1}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_i \\ \eta_i \end{pmatrix} + \frac{2v_0 I_{i+1}}{l_{i+1}^3} \begin{pmatrix} -6 & -3l_{i+1} \\ 3l_{i+1} & l_{i+1}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{i+1} \\ \eta_{i+1} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$(i=1, 2, \dots, n-1),$

де: E – модуль Юнга матеріалу насосно-компресорних труб; v_0 – модуль затухання; I_i ($i=1, 2, \dots, n$) – осьовий момент поперечного перерізу ділянки труби; v_i та η_i ($i=1, 2, \dots, n$) – швидкості поступального і обертального руху вузлів.

Застосовуючи принцип Даламбера, запишемо рівняння поступального руху вузлів в напрямі осі y :

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} + Q_{2i} + Q_{1, i+1} + R_{yi} = 0$$

$$(i = 1, 2, \dots, n-1);$$

$$m_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} + Q_{2n} + R_{yn} = P_{yn}, \quad (6)$$

де P_{yn} – проекція динамічного навантаження нижнього кінця колони на вісь y .

З урахуванням співвідношень (3)–(6) отримуємо:

$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + 12E \left(\frac{I_1}{l_1^3} + \frac{I_2}{l_2^3} - \frac{I_2}{l_2} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} +$$

$$+ 6E \left(\frac{I_1}{l_1^2} - \frac{I_2}{l_2^2} - \frac{I_2}{l_2^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} +$$

$$+ 12v_0 \left(\frac{I_1}{l_1^3} + \frac{I_2}{l_2^3} - \frac{I_2}{l_2} \right) \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} +$$

$$+ 6v_0 \left(\frac{I_1}{l_1^2} - \frac{I_2}{l_2^2} - \frac{I_2}{l_2^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} + R_{y1} = 0; \quad (7)$$

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} + 12E \left(-\frac{I_i}{l_i^3} \quad \frac{I_i}{l_i^3} + \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^3} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_{i-1} \\ y_i \\ y_{i+1} \end{pmatrix} +$$

$$+ 6E \left(\frac{I_i}{l_i^2} \quad \frac{I_i}{l_i^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{i-1} \\ \varphi_i \\ \varphi_{i+1} \end{pmatrix} +$$

$$+ 12v_0 \left(-\frac{I_i}{l_i^3} \quad \frac{I_i}{l_i^3} + \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^3} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}} \right) \cdot \begin{pmatrix} v_{i-1} \\ v_i \\ v_{i+1} \end{pmatrix} +$$

$$+ 6v_0 \left(\frac{I_i}{l_i^2} \quad \frac{I_i}{l_i^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \eta_{i-1} \\ \eta_i \\ \eta_{i+1} \end{pmatrix} + R_{yi} = 0 \quad (8)$$

$$(i = 2, 3, \dots, n-1);$$

$$m_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} + 12E \left(-\frac{I_n}{l_n^3} \quad \frac{I_n}{l_n^3} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} +$$

$$+ 6E \left(\frac{I_n}{l_n^2} \quad \frac{I_n}{l_n^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{n-1} \\ \varphi_n \end{pmatrix} +$$

$$+ 12v_0 \left(-\frac{I_n}{l_n^3} \quad \frac{I_n}{l_n^3} \right) \cdot \begin{pmatrix} v_{n-1} \\ v_n \end{pmatrix} +$$

$$6v_0 \left(\frac{I_n}{l_n^2} \quad \frac{I_n}{l_n^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \eta_{n-1} \\ \eta_n \end{pmatrix} + R_{yn} = P_{yn}. \quad (9)$$

Нехтуючи інерцією обертальних рухів вузлів, запишемо рівняння рівноваги моментів у вигляді

$$M_{2i} + M_{1, i+1} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n-1);$$

$$M_{2n} = 0. \quad (10)$$

З урахуванням (3)–(5) перетворюємо співвідношення (10) до вигляду

$$6E \left(\frac{I_1}{l_1^2} - \frac{I_2}{l_2^2} \quad \frac{I_2}{l_2^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} +$$

$$+ 2E \left(\frac{2I_1}{l_1} + \frac{2I_2}{l_2} \quad \frac{I_2}{l_2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} +$$

$$+ 6v_0 \left(\frac{I_1}{l_1^2} - \frac{I_2}{l_2^2} \quad \frac{I_2}{l_2^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} +$$

$$+ 2v_0 \left(\frac{2I_1}{l_1} + \frac{2I_2}{l_2} \quad \frac{I_2}{l_2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} = 0; \quad (11)$$

$$6E \left(-\frac{I_i}{l_i^2} \quad \frac{I_i}{l_i^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \quad \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_{i-1} \\ y_i \\ y_{i+1} \end{pmatrix} +$$

$$+ 2E \left(\frac{I_i}{l_i} \quad \frac{2I_i}{l_i} + \frac{2I_{i+1}}{l_{i+1}} \quad \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{i-1} \\ \varphi_i \\ \varphi_{i+1} \end{pmatrix} +$$

$$+ 6v_0 \left(-\frac{I_i}{l_i^2} \quad \frac{I_i}{l_i^2} - \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \quad \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} v_{i-1} \\ v_i \\ v_{i+1} \end{pmatrix} +$$

$$+ 2v_0 \left(\frac{I_i}{l_i} \quad \frac{2I_i}{l_i} + \frac{2I_{i+1}}{l_{i+1}} \quad \frac{I_{i+1}}{l_{i+1}} \right) \cdot \begin{pmatrix} \eta_{i-1} \\ \eta_i \\ \eta_{i+1} \end{pmatrix} = 0 \quad (12)$$

$$(i = 2, 3, \dots, n-1);$$

$$6E \left(-\frac{I_n}{l_n^2} \quad \frac{I_n}{l_n^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} +$$

$$+ 2E \left(\frac{I_n}{l_n} \quad \frac{2I_n}{l_n} \right) \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{n-1} \\ \varphi_n \end{pmatrix} +$$

$$6v_0 \left(-\frac{I_n}{l_n^2} \quad \frac{I_n}{l_n^2} \right) \cdot \begin{pmatrix} v_{n-1} \\ v_n \end{pmatrix} +$$

$$+ 2v_0 \left(\frac{I_n}{l_n} \quad \frac{2I_n}{l_n} \right) \cdot \begin{pmatrix} \eta_{n-1} \\ \eta_n \end{pmatrix} = 0. \quad (13)$$

Об'єднаємо залежності (7)–(9) в єдину матричну рівність

$$M \frac{d^2 Y}{dt^2} + C_y Y + C_\varphi \Phi + N_y V + N_\varphi H + R_y = P_y, \quad (14)$$

де Y і Φ – матриці-колонки невідомих переміщень,

$$Y = \text{col}(y_1, y_2, \dots, y_n),$$

$$\Phi = \text{col}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n);$$

V, H – матриці-колонки швидкостей поступального і обертального руху вузлів,

$$V = \text{col}(v_1, v_2, \dots, v_n),$$

$$H = \text{col}(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n);$$

M – діагональна матриця інерційних коефіцієнтів, що визначаються за формулами (1),

$$M = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n);$$

C_y, C_ϕ – квадратні матриці коефіцієнтів жорсткості, які з урахуванням позначень $\alpha_i = I_i/l_i^3$, $\beta_i = I_i/l_i^2$ подаємо у вигляді

$$C_y = 12E \begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 & -\alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & \alpha_2 + \alpha_3 & -\alpha_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_3 & \alpha_3 + \alpha_4 & -\alpha_4 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_i & \alpha_i + \alpha_{i+1} & -\alpha_{i+1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_n & \alpha_n \end{pmatrix},$$

$$C_\phi = 6E \begin{pmatrix} \beta_1 - \beta_2 & -\beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_2 & \beta_2 - \beta_3 & -\beta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_3 & \beta_3 - \beta_4 & -\beta_4 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \beta_i & \beta_i - \beta_{i+1} & -\beta_{i+1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_n & \beta_n \end{pmatrix};$$

N_y, N_ϕ – квадратні матриці коефіцієнтів дисипації,

$$N_y = \frac{v_0}{E} C_y, \quad N_\phi = \frac{v_0}{E} C_\phi; \quad (15)$$

R_y і P_y – матриці-колонки проєкцій реакцій стінки свердловини і проєкцій навантажень на вісь y ,

$$R_y = \text{col}(R_{y1}, R_{y2}, \dots, R_{yn}),$$

$$P_y = \text{col}(0, 0, \dots, P_{yn}).$$

Аналогічно об'єднуємо залежності (11)–(13):

$$D_y Y + D_\phi \Phi + K_y V + K_\phi H = 0, \quad (16)$$

де D_y і D_ϕ – квадратні матриці коефіцієнтів жорсткості, які з урахуванням позначень $\beta_i = I_i/l_i^2$ і $\delta_i = I_i/l_i$ записуємо як

$$D_y = 6E \begin{pmatrix} \beta_1 - \beta_2 & \beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_2 & \beta_2 - \beta_3 & \beta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_3 & \beta_3 - \beta_4 & \beta_4 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_i & \beta_i - \beta_{i+1} & \beta_{i+1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_n & \beta_n \end{pmatrix},$$

$$D_\phi = 2E \begin{pmatrix} 2\delta_1 + 2\delta_2 & \delta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta_2 & 2\delta_2 + 2\delta_3 & \delta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_3 & 2\delta_3 + 2\delta_4 & \delta_4 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \delta_i & 2\delta_i + 2\delta_{i+1} & \delta_{i+1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_n & 2\delta_n \end{pmatrix};$$

K_y, K_ϕ – квадратні матриці коефіцієнтів дисипації,

$$K_y = \frac{v_0}{E} D_y; \quad K_\phi = \frac{v_0}{E} D_\phi. \quad (17)$$

По аналогії з рівностями (14) і (16) запишемо рівняння поступального руху вузлів у напрямі осі z та рівняння рівності згинальних моментів у площині xOz :

$$M \frac{d^2 Z}{dt^2} + C_z Z + C_\psi \Psi + N_z W + N_\psi \Theta + R_z = P_z; \quad (18)$$

$$D_z Z + D_\psi \Psi + K_z W + K_\psi \Theta = 0, \quad (19)$$

де Z і Ψ – матриці-колонки переміщень вузлів у напрямі осі z і кутів повороту вузлів у площині xOz , сформовані аналогічно матрицям-колонкам Y та Φ ,

$$Z = \text{col}(z_1, z_2, \dots, z_n),$$

$$\Psi = \text{col}(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n);$$

W, Θ – матриці-колонки швидкостей поступального і обертального руху вузлів, сформовані по аналогії з матрицями-колонками V й H ,

$$W = \text{col}(w_1, w_2, \dots, w_n),$$

$$\Theta = \text{col}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n);$$

C_z, C_ψ, D_z, D_ψ – квадратні матриці коефіцієнтів жорсткості, причому,

$$C_z = C_y, \quad C_\psi = C_\phi, \quad D_z = D_y, \quad D_\psi = D_\phi;$$

N_z, N_ψ, K_z, K_ψ – квадратні матриці коефіцієнтів дисипації,

$$N_z = N_y, \quad N_\psi = N_\phi, \quad K_z = K_y, \quad K_\psi = K_\phi;$$

R_z і P_z – матриці-колонки проєкцій на вісь z реакцій стінки свердловини і проєкцій навантажень, побудовані по аналогії з матрицями R_y і P_y , що фігурують в рівнянні (14).

За допомогою співвідношень (15), (17) виключаємо матриці-колонки невідомих Φ та H з матричного рівняння (14) і зводимо одержану сукупність звичайних диференціальних рівнянь до форми Коші:

$$\frac{dY}{dt} = V;$$

$$\frac{dV}{dt} = M^{-1} \left[(C_\phi D_\phi^{-1} D_y - C_y) \left(Y + \frac{v_0}{E} V \right) - R_y + P_y \right]. \quad (20)$$

Аналогічно з рівнянь (17), (18) та (19) одержуємо

$$\frac{dZ}{dt} = W;$$

$$\frac{dW}{dt} = M^{-1} \left[(C_\psi D_\psi^{-1} D_z - C_z) \left(Z + \frac{v_0}{E} W \right) - R_z + P_z \right]. \quad (21)$$

Отже, сукупністю рівнянь (20), (21) описуються поперечні коливання колони у двох взаємно перпендикулярних площинах.

Рівняння обертального руху вузлів механічної системи ліфтової колони (рис. 1) навколо їхніх центральних вертикальних осей запишемо у вигляді

$$J_i \frac{d^2 \gamma_i}{dt^2} + T_i - T_{i+1} + R_{\gamma_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n-1),$$

$$J_n \frac{d^2 \gamma_n}{dt^2} + T_n + R_{\gamma_n} = M_n, \quad (22)$$

де J_i ($i=1, 2, \dots, n$) – моменти інерції вузлів відносно вертикальних осей, що проходять через центри мас; γ_i – координати обертального руху вузлів; T_i – крутні моменти, що виникають у поперечних перерізах ділянок (скінченних елементів) колони; $R_{\gamma i}$ – моменти сил взаємодії вузлів ліфтової колони зі стінкою свердловини; M_n – обертальне навантаження нижнього кінця колони.

Моменти інерції вузлів J_i обчислюємо за формулами

$$J_i = \frac{1}{2} \rho (I_{pi} l_i + I_{p,i+1} l_{i+1}) \quad (i=1, 2, \dots, n-1);$$

$$J_n = \frac{1}{2} \rho I_{pn} l_n, \quad (23)$$

де ρ – густина матеріалу; I_{pi} ($i=1, 2, \dots, n$) – полярні моменти інерції поперечних перерізів ділянок колони.

Крутні моменти T_i визначаємо у вигляді

$$T_1 = \frac{GI_{p1}}{l_1} \gamma_1 + \frac{v_{\gamma 0} I_{p1}}{l_1} \omega_1;$$

$$T_i = \frac{GI_{pi}}{l_i} (\gamma_i - \gamma_{i-1}) + \frac{v_{\gamma 0} I_{pi}}{l_i} (\omega_i - \omega_{i-1})$$

$$(i=2, 3, \dots), \quad (24)$$

де G – модуль пружності матеріалу другого роду; $v_{\gamma 0}$ – модуль дисипації зсуву; ω_i ($i=1, 2, 3, \dots$) – кутові швидкості вузлів.

Підставляючи вирази (24) до рівностей (22), одержуємо

$$J_1 \frac{d^2 \gamma_1}{dt^2} + \frac{GI_{p1}}{l_1} \gamma_1 + \frac{GI_{p2}}{l_2} (\gamma_1 - \gamma_2) + \frac{v_{\gamma 0} I_{p1}}{l_1} \omega_1 + \frac{v_{\gamma 0} I_{p2}}{l_2} (\omega_1 - \omega_2) + R_{\gamma 1} = 0;$$

$$J_i \frac{d^2 \gamma_i}{dt^2} + \frac{GI_{pi}}{l_i} (\gamma_i - \gamma_{i-1}) + \frac{GI_{pi+1}}{l_{i+1}} (\gamma_i - \gamma_{i+1}) + \frac{v_{\gamma 0} I_{pi}}{l_i} (\omega_i - \omega_{i-1}) + \frac{v_{\gamma 0} I_{pi+1}}{l_{i+1}} (\omega_i - \omega_{i+1}) + R_{\gamma i} = 0,$$

$$(i=2, 3, \dots, n-1);$$

$$J_n \frac{d^2 \gamma_n}{dt^2} + \frac{GI_{pn}}{l_n} (\gamma_n - \gamma_{n-1}) + \frac{v_{\gamma 0} I_{pn}}{l_n} (\omega_n - \omega_{n-1}) + R_m = M_m. \quad (25)$$

Об'єднуємо співвідношення (25) в одну матричну рівність і записуємо рівняння обертального руху вузлів колони у формі Коші

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \Omega,$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = J^{-1} (-C_{\gamma} \Gamma - N_{\gamma} \Omega - R_{\gamma} + M_{\gamma}), \quad (26)$$

де Γ і Ω – матриці-колонки кутових переміщень і кутових швидкостей вузлів,

$$\Gamma = \text{col}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n),$$

$$\Omega = \text{col}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n);$$

J – діагональна матриця моментів інерції вузлів,

$$J = \text{diag}(J_1, J_2, \dots, J_n);$$

C_{γ} , N_{γ} – квадратні матриці коефіцієнтів жорсткості і коефіцієнтів дисипації, які з урахуванням позначень $\kappa_i = I_{pi}/l_i$ подаємо у вигляді

$$C_{\gamma} = G \begin{pmatrix} \kappa_1 + \kappa_2 & -\kappa_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\kappa_2 & \kappa_2 + \kappa_3 & -\kappa_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\kappa_3 & \kappa_3 + \kappa_4 & -\kappa_4 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -\kappa_i & \kappa_i + \kappa_{i+1} & -\kappa_{i+1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\kappa_n & \kappa_n \end{pmatrix},$$

$$N_{\gamma} = \frac{v_{\gamma 0}}{G} C_{\gamma};$$

R_{γ} та M_{γ} – матриці-колонки обертальних реакцій стінки свердловини і обертальних навантажень вузлів,

$$R_{\gamma} = \text{col}(R_{\gamma 1}, R_{\gamma 2}, \dots, R_{\gamma n}),$$

$$M_{\gamma} = \text{col}(0, 0, \dots, M_{\gamma n}).$$

Для визначення сил взаємодії ліфтової колони з обсадною колоною розглянемо поперечний переріз свердловини, зроблений навпроти i -го вузла ліфтової колони (рис. 3). Внутрішній радіус обсадної колони позначаємо як r_0 , а зовнішній радіус ліфтової колони – як r . У системі y, z координати центрів поперечних перерізів обсадної і ліфтової колон відповідно становлять y_{0i}, z_{0i} ; y_i, z_i . Взаємне зміщення центрів дорівнює

$$\varepsilon_i = \sqrt{(y_i - y_{0i})^2 + (z_i - z_{0i})^2}, \quad (27)$$

а проекції зміщення на координатні осі – $y_{\gamma i}$ та $z_{\gamma i}$.

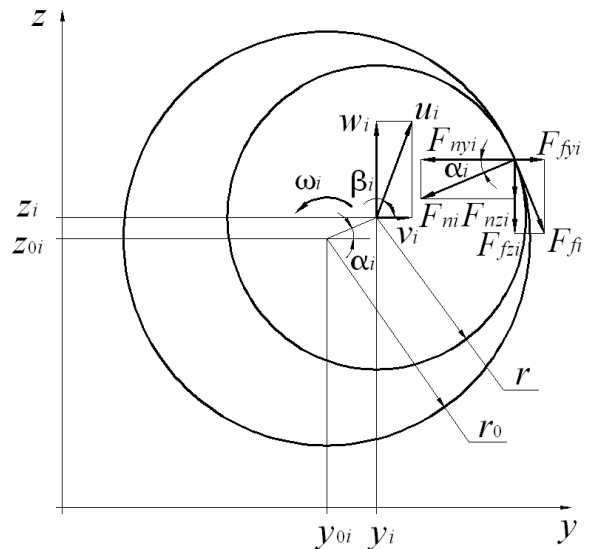


Рисунок 3 — Швидкості поступального і обертального руху поперечного перерізу насосно-компресорної труби і сили її взаємодії з обсадною колоною

Ліфтова колона дотикається до обсадної колони за умови, коли

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0, \quad (28)$$

де $\varepsilon_0 = r_0 - r$ – зазор між насосно-компресорними і обсадними трубами.

Проекції швидкості руху центра вузла ліфтової колони на осі y, z становлять v_i та w_i , а її модуль – u_i . Кути нахилу лінії центрів поперечних перерізів колон і вектора швидкості поперечного перерізу насосно-компресорної труби до осі y (рис. 3) визначаємо як

$$\alpha_i = \arctg \frac{z_i - z_{0i}}{y_i - y_{0i}}; \quad \beta_i = \arctg \frac{w_i}{v_i}. \quad (29)$$

Нормальну реакцію стінки свердловини знаходимо за співвідношеннями

$$F_{ni} = c_{yz} (\varepsilon_i - \varepsilon_0) + v_{yz} u_i, \quad \text{якщо } \varepsilon_i > \varepsilon_0; \\ F_{ni} = 0, \quad \text{якщо } \varepsilon_i \leq \varepsilon_0, \quad (30)$$

де c_{yz} та v_{yz} – жорсткість і коефіцієнт дисипації зони контакту вузла ліфтової колони з обсадною колоною.

Складові реакції F_{ni} за координатними осями y, z визначаються за формулами

$$F_{nyi} = F_{ni} \cos \alpha_i; \quad F_{nzi} = F_{ni} \sin \alpha_i. \quad (31)$$

За наявності контакту між зовнішньою поверхнею насосно-компресорної труби і внутрішньою поверхнею обсадної труби, тобто, коли $\varepsilon_i > \varepsilon_0$ швидкість взаємного проковзування цих поверхонь

$$u_{ii} = u_i \sin(\beta_i - \alpha_i) + \omega_i (r - \varepsilon_i + \varepsilon_0), \quad (32)$$

де ω_i – кутова швидкість обертального руху i -го вузла навколо його центральної вертикальної осі.

Сила тертя, що діє на вузол ліфтової колони,

$$F_{fi} = f F_{ni} \text{sign}(u_{ii}), \quad \text{якщо } u_{ii} \neq 0;$$

$$F_{fi} = -\frac{M_{\Sigma \gamma i}}{r - \varepsilon_i + \varepsilon_0},$$

$$\text{якщо } u_{ii} = 0, \quad \text{abs}(M_{\Sigma \gamma i}) \leq rf F_{ni};$$

$$F_{fi} = -f F_{ni} \text{sign}(M_{\Sigma \gamma i}),$$

$$\text{якщо } u_{ii} = 0, \quad \text{abs}(M_{\Sigma \gamma i}) > rf F_{ni}, \quad (33)$$

де $M_{\Sigma \gamma i}$ – сумарний обертальний момент, що діє на вузол ліфтової колони, за винятком реактивного моменту,

$$M_{\Sigma \gamma i} = J_i \frac{d^2 \gamma_i}{dt^2} + T_i - T_{i+1} \quad (i=1, 2, \dots, n-1);$$

$$M_{\Sigma \gamma n} = J_n \frac{d^2 \gamma_n}{dt^2} + T_n, \quad (34)$$

причому, крутні моменти T_i ($i=1, 2, \dots, n$) визначаються за формулами (24).

Складові реакції i -го вузла, обумовленої тертям, за осями y, z будуть:

$$F_{yfi} = -F_{fi} \sin \alpha_i; \quad F_{zfi} = F_{fi} \cos \alpha_i. \quad (35)$$

Реактивний момент, що діє на i -й вузол ліфтової колони навколо вертикальної центральної осі, знаходимо у вигляді

$$R_{yi} = F_{fi} (r - \varepsilon_i + \varepsilon_0). \quad (36)$$

З урахуванням залежностей (31), (35) запишемо складові сумарних реакцій, що діють на вузли ліфтової колони

$$R_{yi} = F_{ni} \cos \alpha_i - F_{fi} \sin \alpha_i,$$

$$R_{zi} = F_{ni} \sin \alpha_i + F_{fi} \cos \alpha_i, \quad \text{якщо } \varepsilon_i > \varepsilon_0;$$

$$R_{yi} = 0; \quad R_{zi} = 0, \quad \text{якщо } \varepsilon_i \leq \varepsilon_0. \quad (37)$$

Величини F_{ni}, F_{fi} , що входять до залежностей (36), (37), обчислюємо на кожному кроці числового інтегрування рівнянь (20), (21), (26) з урахуванням залежностей (27)–(28), (32)–(34).

3. Результати розрахунків і висновки

Для дослідження особливостей коливальних явищ, що відбуваються у ліфтових колонах під час експлуатації свердловин підземного сховища газу, а також для встановлення можливості зниження шкідливого впливу вібрацій на умови роботи муфтових з'єднань проведено аналіз згаданих динамічних процесів.

З'ясовано, що власні частоти ліфтової колони утворюють густий частотний спектр, в результаті чого існує висока ймовірність виникнення резонансних явищ.

Основною причиною погіршення умов роботи муфтових з'єднань можна вважати згинні коливання колони, оскільки в реальних умовах динамічних навантажень амплітуди поперечних переміщень її нижнього кінця значно перевищують амплітуди поздовжніх переміщень.

Виявлено, що у насосно-компресорних трубах, внаслідок їхньої взаємодії з обсадною колоною, виникають періодично змінні крутні моменти, які сприяють ослабленню муфтових з'єднань.

В реальному діапазоні частот вимушених коливань (від 5 до 100 Гц) основну участь у вібраційному процесі бере нижня частина колони довжиною близько 100 м. Отже, закріплення нижньої частини колони за допомогою розпірних пристроїв (віброізоляторів) дає можливість суттєво зменшити амплітуди вібрацій насосно-компресорних труб та звести до мінімуму дію крутних моментів.

Із збільшенням жорсткості розпірного пристрою амплітуди вимушених коливань нижнього кінця колони зменшуються. Значного зниження амплітуд поперечних коливань можна досягти, коли жорсткість розпірного пристрою становить $10^5 \dots 10^6$ Н/м. За рахунок забезпечення працездатності ліфтових колон суттєво підвищується ефективність роботи свердловин підземних сховищ газу.

Література

1 Вибрации в технике: Справочник в 6-ти т. / Ред. В.Н.Челомей (пред). – М.: Машиностроение, 1980 – Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф.М.Диментберга и К.С.Колесникова. – 1980. – 544 с.

2 Виноградов В.И. Динамическое нагружение буровой колонны при роторном бурении // Вестник Львов. политехн. ин-та. № 240.

Динамика, прочность и проектирование машин и приборов. – Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1990. – С. 11–13.

3 *Ерофеев В.И.* Пространственные колебания гибкого стержня // Прикладная механика. – 1991. – Т. 27. – №9. – С. 100–106.

4 *Зенкевич О., Морган К.* Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318 с.

5 *Калинин С.Г.* Динамика подъёмной системы буровых установок. – Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1975. – 160 с.

6 *Керимов З.Г.* Динамические расчеты буровой колонны. – М.: Недра, 1970. – 157 с.

7 *Савула С.Ф., Колодій В.Т., Гурняк Л.І., Кичма А.О., Харченко Є.В.* Віброізолятор колони насосно-компресорних труб / Деклараційний патент на винахід № 67304А. – Бюл. № 6 від 15.06.2004.

8 *Савула С.Ф., Колодій В.Т., Харченко Є.В., Кичма А.О.* Оцінка впливу коливань колони насосно-компресорних труб на умови роботи різьбових з'єднань // Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. – 2004. – Вип. 2 (8). – С. 116–125.

9 *Савула С., Харченко Є., Кичма А.* Експериментальні дослідження динаміки ліфтових колон підземного сховища газу // Машинознавство. – 2006. – №6 (108). – С. 30–34.

10 *Светлицкий В.А.* Механика стержней. – Ч. 2. – М.: Высшая школа, 1987. – 304 с.

11 *Харченко Е.В.* Динамические процессы буровых установок. – Львов: Світ, 1991. – 176 с.