

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ АРЕАЛУ ЗАБРУДНЕНЬ ВИТОКАМИ НАФТОПРОВІДІВ

В. В. Ніколаєв

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422)42157  
e-mail: [public@ifdtung.if.ua](mailto:public@ifdtung.if.ua)

*Наведено принцип математичного моделювання фільтрації рідини в пористому середовищі, що уможливорює побудову ареалу забруднень ґрунту витокami нафти з трубопроводу внаслідок пошкодження його стінки.*

Ключові слова: нафтопроводи, витoki, забруднення

*Приведен принцип математического моделирования фильтрации жидкости в пористой среде, который позволяет построить ареал грунтового загрязнения при вытоке нефти из трубопровода в результате повреждения его стенки.*

Ключевые слова: нефтепроводы, истоки, загрязнения

*Principle over of mathematical design of filtration is brought liquids in a porous environment, that allow to build the natural habitat of contaminations of soil the sources of oil from a pipeline as a result of damage of wall.*

Keywords: oil pipelines, sources, contaminations

Питанням формування ареалів забруднень довкілля витокami продукту з нафтопроводів присвячено ряд робіт [1,2], в яких розглянуто фізичну картину процесу, даються результати фізичного моделювання і їх аналіз, розроблено методичні основи прийнятного ризику. Однак, задачам формування ареалів забруднень не приділено належної уваги. Тому виникає задача формування ареалу забруднення, тобто побудови поля швидкостей фільтрації в пористому середовищі як функції просторових координат та часу.

З математичної точки зору розглядається пористе середовище безмежних геометричних розмірів, в якому спостерігається фільтрація рідини. В початковий момент часу швидкість фільтрації рідини відсутня і тиск в пористому середовищі є сталою величиною. В момент часу  $t \geq 0$  в деякій точці порового простору спостерігається поступлення нестискуваної рідини з певною витратою, тобто починає діяти додатне джерело маси  $q_1$  (кг/м.с). Необхідно встановити як змінюватиметься тиск та швидкість фільтрації в різних точках пористого середовища в залежності від часу.

Диференціальне рівняння фільтрації рідини в пористому середовищі, як відомо [1], має такий вигляд:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \nabla^2 p + \frac{f}{q\beta^*}, \quad (1)$$

де  $p$  – тиск рідини в пласті;  $t$  – час;  $\chi$  – коефіцієнт п'єзопровідності, ( $\chi = \frac{k}{\mu\beta^*}$ ,  $k$  – коефіцієнт

проникності ґрунту, який характеризує властивість пористого середовища пропускати через себе рідину під дією прикладеного перепаду тиску,  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини,  $\beta^* = m\beta_p + \beta_c$ ,  $m$  – пористість середовища пласта (безмірна величина,  $\beta_p$ ,  $\beta_c$  – коефіцієнти об'ємної пружності відповідно рідини і пласта);  $\rho$  – густина рідини.

Внаслідок того, що задача розглядається осесиметричною, а пористе середовище однорідним, можливий перехід від просторової постановки до плоскої. Розглянемо вертикальну площину, довільно орієнтовану в пористому середовищі, в якій діє постійне джерело інтенсивністю  $q_1$ , розміщене в точці з координатами  $(x, y)$ . В такому випадку функція внутрішнього джерела маси

$$f(x, y, t) = \lim_{\substack{\Delta V \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta G}{\Delta V \cdot \Delta t}$$

де  $\Delta V$  – об'єм, взятий в пласті;  $\Delta t$  – проміжок часу;  $\Delta G$  – маса рідини, що поступає в об'єм  $\Delta V$  за проміжок часу  $\Delta t$ .

Для фільтрації рідини у пористому просторі із рівняння (1) будемо мати:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{x} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{f}{F}, \quad (2)$$

Враховуючи все вище сказане, функція  $f$  набуває такого вигляду :

$$f = q_1 \delta(x)\delta(y) \quad (3)$$

При цьому сформульована фізична задача має вигляд:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{q_1}{F} \delta(x)\delta(y), \quad (4)$$

при наступних початкових та граничних умовах

$$p(x, y, 0) = p_0, \quad p_{||x \rightarrow \infty} \rightarrow p_0, \quad p_{||y \rightarrow \infty} \rightarrow p_0 \quad (5)$$

де  $p_0$  – початковий тиск в ґрунті;  $\delta(x)\delta(y)$  – дельта-функції Дірака [2].

Для розв'язання поставленої задачі скористаємося методом функцій Гріна, які для даної крайової задачі знаходяться так:

$$G_{/t=\tau} = \delta(x-\chi') \delta(y-y'), \quad G_{/|\chi| \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad t > \tau. \quad (6)$$

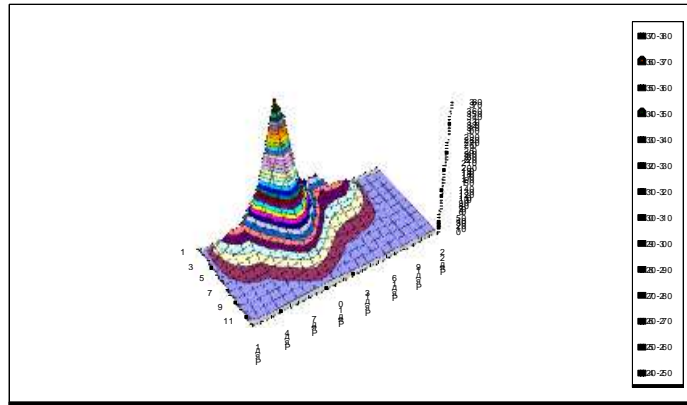
Розв'язок задачі є фундаментальним розв'язком двовимірної задачі фільтрації рідини, який записується у вигляді:

$$p(x, y, t) = \frac{p_0}{4\pi\chi t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\xi)^2 + (y-\ell)^2}{4\chi t}} d\xi d\ell + \frac{q_1}{F} \int_0^t \frac{1}{(2\sqrt{\pi\chi(t-\tau)})^2} \times e^{-\frac{x^2+y^2}{4\chi(t-\tau)}} d\tau. \quad (7)$$

Для побудови поля швидкостей фільтрації доцільно скористатися рівнянням закону Дарсі в плоскій постановці задачі

$$w(x, y, t) = \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial P(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial P(x, y, t)}{\partial y} \right) \quad (8)$$

На основі отриманих розв'язків у вигляді (7) і (8) складено алгоритм і розроблено програму моделювання процесу формування ареалу забруднень довкілля в результаті появи витoku продукції з промислового газопроводу



**Рисунок 1 – Результати математичного моделювання поля швидкостей фільтрації при появі витoku нафтопроводу**

На рис. 1 зображено результати математичного моделювання процесу формування ареалу забруднень при появі витoku продукції з промислового трубопроводу. В горизонтальній площині зображено лінії, що відповідають різним моментам часу процесу формування ареалу, вертикальна вісь відображає в масштабі величини швидкостей фільтрації в кожній точці площини і на кожен момент часу. Аналіз результатів показує, що найбільшої величини швидкості фільтрації досягає в точці розміщення джерела, однак з плином часу ця швидкість падає за рахунок збільшення обсягу ареалу забруднення.

### **Література**

1. Говдяк Р. М. Удосконалення технологічного проектування нафтогазопроводів з врахуванням їх взаємодії з довкіллям. Дис. на здобуття наукового ступеня к.т.н. Івано-Франківськ – 2001.
2. Гладкий А. В. Методи числового моделювання екологічних процесів. / А. В. Гладкий, В. В. Скопечкий - Київ.: Політехніка НТУУ "КПІ", 2005. - 152 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії  
10.06.12*

*Рекомендована до друку оргкомітетом  
міжнародної науково-технічної конференції  
“Проблеми і перспективи транспортування нафти і газу”,  
яка відбулася 15-18 травня 2012 р.*